

8. Geometrická presnosť mechanizmov

Cesta od teórie k aplikáciám býva spravidla zložitá a platí to aj pre výrobu strojov a zariadení, kde na výsledné prevádzkové parametre vplýva celý rad činiteľov, ako sú výrobné tolerancie, poddajnosť členov, vôle v elementoch spojení, opotrebovanie, zmeny teploty atď. V nasledujúcom ukážeme, ako analyticky hodnotíme geometrickú presnosť mechanizmov podľa teoretického úvodu v kapitole 6 z TM.

8.1 MATICOVÁ METÓDA HODNOTENIA GEOMETRICKEJ PRESNOSTI OM

Príklad 8.1

Nech sú pre otvorený mechanizmus z obr. 8.1 známe rozmery h_i , $i = 1, 2, \dots, 7$, α_i , $i = 1, 2, \dots, 9$, funkcie $f_1(t)$, $f_2(t)$, $f_3(t)$ priebehu lokálnych súradníc polohy φ_{12} , φ_{23} , φ_{34} členov, prvotné odchýlky v rozmeroch a lokálnych súradniciach polohy členov a prvotné odchýlky v polohe bodu M v priestore U_4 (spravidla sú to výrobné tolerancie). Zostavte rovnicu pre výpočet trajektórie bodu $M \in U_4$ skutočného OM.

Riešenie

Máme za úlohu určiť závislosť druhotných odchýlok v polohe bodu M výstupného člena U_4 voči vzťažnému priestoru telesa U_1 od všetkých prvotných odchýlok.

Zo štruktúrnej analýzy vyplýva:

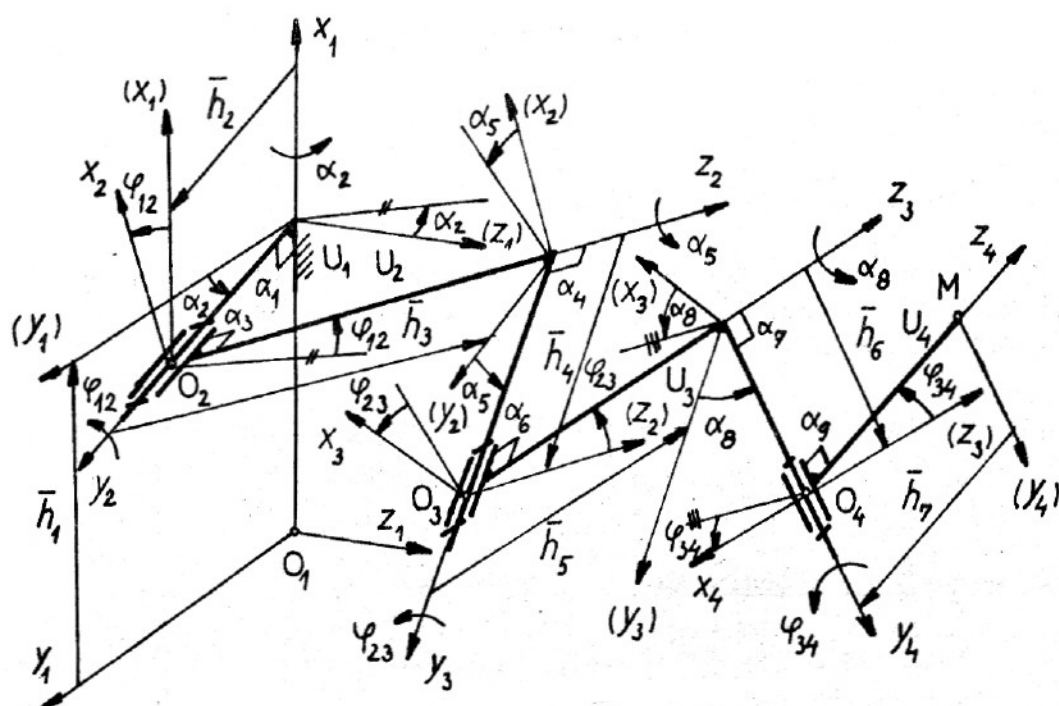
$$v_m = 2, \quad t_m = 5, \quad s_{25} = s_5 = s = 3(R), \quad n_v = 6, \quad n_5 = 1$$

$$g_m = 2, \quad u_1 = 1 (U_4), \quad u_2 = 3, \quad u = 4$$

$$k = 1, \quad c = 3, \quad n_k = n^S = n_h = n = 3, \quad z = 0$$

lokálne súradnice polohy členov:

$$q_1 = q_{n1} = \varphi_{12} = f_1(t)$$



Obr. 8.1

Otvorený mechanizmus s rotačnými R spojeniami

$$q_1 = q_{n2} = \varphi_{23} = f_2(t) \quad (8.1)$$

$$q_3 = q_{n3} = \varphi_{34} = f_3(t)$$

Rovnica trajektórie bodu $M \in U_4$ bude podľa TM(4.18), (4.19)

$$r_{1M} = r_{14} r_{4M} \quad (8.2)$$

pričom

$$r_{14} = r_{12} r_{23} r_{34} \quad (8.3)$$

Transformačné matice z (8.3) vyjadríme pomocou transformačných matic základných pohybov

$$\begin{aligned} r_{12} &= r_{z1}(h_1) r_{z4}(\alpha_2) r_{z2}(h_2) r_{z5}(\varphi_{12}) \\ r_{23} &= r_{z3}(h_3) r_{z6}(\alpha_5) r_{z2}(h_4) r_{z5}(\varphi_{23}) \\ r_{34} &= r_{z3}(h_5) r_{z6}(\alpha_8) r_{z2}(h_6) r_{z5}(\varphi_{34}) \end{aligned} \quad (8.4)$$

r_{4M} je sprievodič bodu $M \in U_4$ v lokálnom priestore U_4 s homogénnymi súradnicami

$$r_{4M} = [0, 0, h_7, 1] \quad (8.5)$$

Označme $\Delta h_i, \Delta \alpha_i$ prvotné odchýlky rozmerov:

$$\Delta h_i = h_i^s - h_i \quad (8.6)$$

$i = 1, 2, \dots, 7$, resp.

$$\Delta \alpha_i = \alpha_i^s - \alpha_i \quad (8.7)$$

$i = 1, 2, \dots, 9$, pričom h_i^s resp, α_i^s sú skutočné rozmery získané meraním, alebo na základe dovolených tolerancií h_i resp. α_i sú projektované rozmery v kinematickej schéme.

Analogicky označme Δq_i prvotné odchýlky súradníc polohy členov.

$$\Delta q_i = q_i^s - q_i \quad (8.8)$$

a prvotné odchýlky v polohe bodu M v priestore U_4

$$\Delta r_{4M} = r_{4M}^s - r_{4M} = [\Delta x_{4M}, \Delta y_{4M}, \Delta z_{4M}, 1] \quad (8.9)$$

Rovnica trajektórie bodu $M \in U_4$ skutočného OM bude (obr. 8.2)

$$r_{1M}^s = r_{12}^s r_{23}^s r_{34}^s r_{4M}^s \quad (8.10)$$

kde

$$r_{1M}^s = r_{1M} + \Delta r_{1M} \quad (8.11)$$

pričom Δr_{1M} sú hľadané druhotné odchýlky v polohe bodu $M \in U_4$ vyjadrené v priestore U_1 a podľa (8.9)

$$r_{4M}^s = r_{4M} + \Delta r_{4M} \quad (8.12)$$

Základný význam pre posúdenie presnosti mechanizmov má transformačná matica TM(6.9) r_{bb}^s odchýlok skutočnej (b^s) a presnej (b) polohy telesa U_b , potom v našom prípade je

$$\begin{aligned} r_{12}^s &= r_{z1}(h_1) r_{z1}^s(\Delta h_1) r_{z4}(\alpha_2) r_{z4}^s(\Delta \alpha_2) \times \\ &\times r_{z2}(h_2) r_{z2}^s(\Delta h_2) r_{z5}(\varphi_{12}) r_{z5}^s(\Delta \varphi_{12}) \end{aligned} \quad (8.13)$$

Keďže transformačné matice $r_{zk}^s(\Delta p_i)$ odchýlok základných pohybov môžeme vyjadriť podľa TM(6.13) pomocou maticových diferenciálnych operátorov $\mathcal{D}_{zk}$, môžeme písať:

$$\begin{aligned} r_{12}^s &= r_{z1}(h_1) r_{z4}(\alpha_2) r_{z2}(h_2) r_{z5}(\varphi_{12}) + \\ &+ r_{z1} \mathcal{D}_{z1} r_{z4} r_{z2} r_{z5} \Delta h_1 + \end{aligned} \quad (8.14)$$

$$\begin{aligned}
 & + r_{z1} r_{z4} g_{z4} r_{z2} r_{z5} \Delta \alpha_2 + \\
 & + r_{z1} r_{z4} r_{z2} g_{z2} r_{z5} \Delta h_2 + \\
 & + r_{z1} r_{z4} r_{z2} r_{z5} g_{z5} \Delta \varphi_{12}
 \end{aligned}$$

kde z rovnice (8.14)

označme

$$r_1^D = r_{z1} g_{z1} r_{z4} r_{z2} r_{z5} \cancel{\Delta \alpha_1} \quad (8.15)$$

teda

$$r_{12}^S = r_{12} + r_1^D \Delta h_1 + r_2^D \Delta \alpha_2 + r_3^D \Delta h_2 + r_4^D \Delta \varphi_{12} \quad (8.16)$$

a analogicky

$$\begin{aligned}
 r_{23}^S &= r_{23} + r_5^D \Delta h_3 + r_6^D \Delta \alpha_5 + r_7^D \Delta h_4 + r_8^D \Delta \varphi_{23} \\
 r_{34}^S &= r_{34} + r_9^D \Delta h_5 + r_{10}^D \Delta \alpha_8 + r_{11}^D \Delta h_6 + r_{12}^D \Delta \varphi_{34}
 \end{aligned} \quad (8.17)$$

Po dosadení do rovnice (8.10) dostaneme:

$$r_{1M} + \Delta r_{1M} = r_{12}^S r_{23}^S r_{34}^S (r_{4M} + \Delta r_{4M}) \quad (8.18)$$

Po roznásobení pravej strany rovnice a porovnaním dostaneme:

a) rovniciu trajektórie bodu $M \in U_4$ preesného OM

$$r_{1M} = r_{14} r_{4M} \quad (8.19)$$

b) závislosť druhotných odchýlok Δr_{1M} v polohe bodu $M \in U_4$ voči priestoru U_1 od všetkých prvotných odchýlok pre skutočný OM

$$\begin{aligned}
 \Delta r_{1M} &= r_{12} r_{23} r_{34} \Delta r_{4M} + \\
 &+ [(r_1^D \Delta h_1 + r_2^D \Delta \alpha_2 + r_3^D \Delta h_2 + r_4^D \varphi_{12}) r_{23} r_{34} + \\
 &+ r_{12} (r_5^D \Delta h_3 + r_6^D \Delta \alpha_5 + r_7^D \Delta h_4 + r_8^D \Delta \varphi_{23}) r_{34} + \\
 &+ r_{12} r_{23} (r_9^D \Delta h_5 + r_{10}^D \Delta \alpha_8 + r_{11}^D \Delta h_6 + r_{12}^D \Delta \varphi_{34})] \Delta r_{4M}
 \end{aligned} \quad (8.20)$$

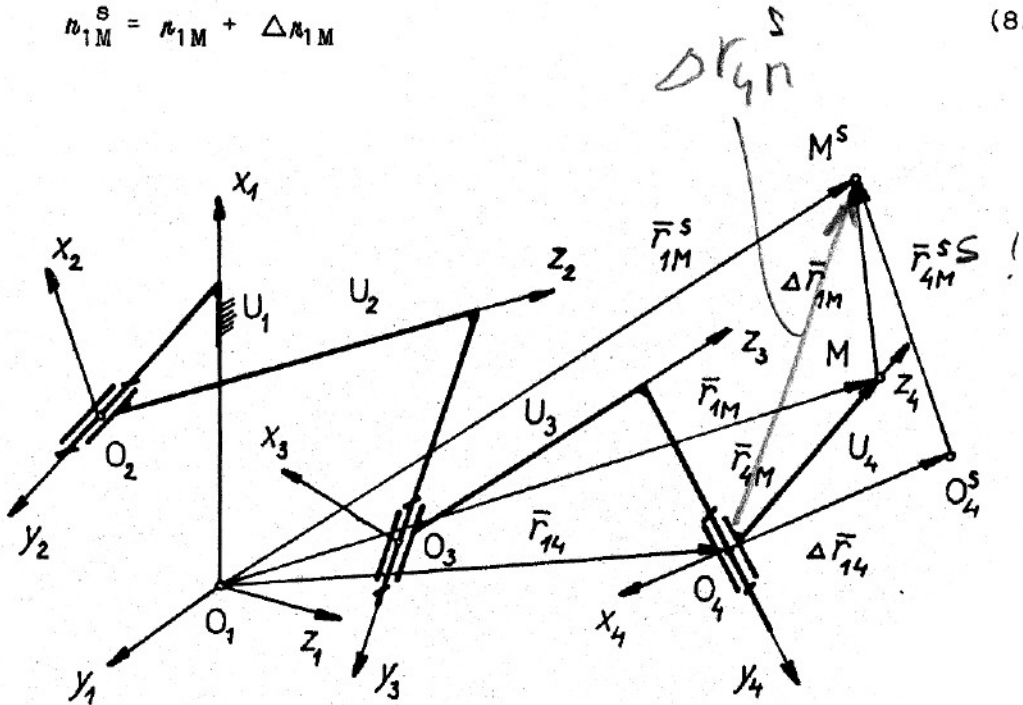
teda závislosť

$$\Delta r_{1M} = f(\Delta r_{4M}, \Delta \bar{\varphi}, \Delta \bar{q}, \cancel{r_{uM}}) \quad (8.21)$$

kde $\Delta \bar{\varphi}$ je vektor odchýlok rozmerov a $\Delta \bar{q}$ je vektor odchýlok súradníc polohy členov.

Trajektóriu bodu $M \in U_4$ skutočného OM dostaneme po dosadení (8.19), (8.20) do rovnice (8.10):

$$n_{1M}^s = n_{1M} + \Delta n_{1M} \quad (8.22)$$



Obr. 8.2

Poloha bodu M presného a skutočného OM

8.2 GEOMETRICKÁ PRESNOSŤ UZATVORENÝCH MECHANIZMOV

Príklad 8.2

Vyšetrite citlivosť prevodu priestorového mechanizmu z obr. 4.20 na danú nepresnosť Δh_1 montáže hnaného hriadeľa (telesa U_5), ak bude $h_1 = h_4$ a $h_2 = h_3 = r$, teda daný mechanizmus bude homokinetický, pre ktorý

$$\varphi_{12} = \varphi_{15} \quad (8.23)$$

Riešenie

Našou úlohou je určiť odchýlku

$$\Delta \varphi_{15} = f(\Delta h_1, \varphi_{12}) \quad (8.24)$$

V časti 4.7 určenej numerickej kinetickej analýze mechanizmov sme mali príklad 4.16, v ktorom sme utvorili matematický model pre numerické určenie skalárnych závislých lokálnych súradníc polohy členov mechanizmu z obr. 4.20 aplikáciou metódy nesymetrického rezu

$$(4.82) \quad r_{12} r_{23} n_{35} = r_{15} r_{54} n_{45} \quad (8.25)$$

Podľa TM(6.20) pre náš skutočný mechanizmus máme maticovú rovnicu

$$r_{12}^s r_{23}^s n_{35}^s = r_{15}^s r_{54}^s n_{45}^s \quad (8.26)$$

kde je

$$\begin{aligned} r_{12}^s &= r_{z2}(-h_1) r_{z5}(\varphi_{12}) \\ r_{23}^s &= r_{z4}(\varphi_{23}) r_{z4}^s(\Delta\varphi_{23}) \\ r_{15}^s &= r_{z4}(\alpha_1) r_{z2}(h_1) r_{z2}^s(\Delta h_1) r_{z5}(\varphi_{15}) r_{z5}^s(\Delta\varphi_{15}) \\ r_{54}^s &= r_{z4}(\varphi_{54d}) r_{z4}^s(\Delta\varphi_{54d}) \end{aligned} \quad (8.27)$$

a podľa predpokladu, že členy U_3, U_4 sú vyrobené presne bude

$$\begin{aligned} n_{3s}^s &= [0, r, 0, 1] \\ n_{4s}^s &= [0, 0, r, 1] \end{aligned} \quad (8.28)$$

Po dosadení (8.27), (8.28) do rovnice (8.26) dostaneme:

- a) maticovú rovnicu polohy členov presného mechanizmu (8.25), z ktorej po roznásobení transformačných matic a porovnaním odpovedajúcich si prvkov stĺpcových matic

$$\begin{bmatrix} r s \varphi_{23} s \varphi_{12} \\ r c \varphi_{23} - h_1 \\ r s \varphi_{23} c \varphi_{12} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} r s \varphi_{54} s \varphi_{15} \\ -r (c \varphi_{54} c \alpha_1 + s \varphi_{54} c \varphi_{15} s \alpha_1) + h_1 c \alpha_1 \\ -r (c \varphi_{54} s \alpha_1 - s \varphi_{54} c \varphi_{15} c \alpha_1) + h_1 s \alpha_1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (8.29)$$

môžeme získať skalárne rovnice polohy členov presného mechanizmu v tvare podľa TM(6.24g)

$$\bar{f}(\bar{q}_z, \bar{q}_n) = 0 \quad (8.30)$$

v) maticovú rovniciu polohy pre skutočný mechanizmus

$$\begin{bmatrix} c\varphi_{23} & s\varphi_{12} \\ -s\varphi_{23} & \\ c\varphi_{23} & c\varphi_{12} \\ 0 & \end{bmatrix} \Delta\varphi_{23} = \begin{bmatrix} 0 \\ c\alpha_1 \\ s\alpha_1 \\ 0 \end{bmatrix} \frac{\Delta h_1}{r} + \begin{bmatrix} -\varphi_{54} & c\varphi_{15} \\ s\varphi_{54} & s\varphi_{15} & s\alpha_1 \\ -s\varphi_{54} & s\varphi_{15} & c\alpha_1 \\ 0 & \end{bmatrix} \Delta\varphi_{15} +$$

$$\begin{bmatrix} c\varphi_{54} & s\varphi_{15} \\ s\varphi_{54} & c\alpha_1 - c\varphi_{54} c\varphi_{15} s\alpha_1 \\ s\varphi_{54} & s\alpha_1 + c\varphi_{54} c\varphi_{15} c\alpha_1 \\ 0 & \end{bmatrix} \Delta\varphi_{54} \quad (8.31)$$

Riešením rovníc (8.29) dostaneme:

$$\begin{aligned} \varphi_{15} &= \varphi_{12} \\ \varphi_{23} &= \varphi_{54} = f(\alpha_1, r, \varphi_{12}) \end{aligned} \quad (8.32)$$

a po dosadení (8.32) do rovníc (8.31) dostaneme lineárne rovnice, z ktorých môžeme určiť hľadanú odchýlku $\Delta\varphi_{15}$, ako aj odchýlky $\Delta\varphi_{23}$, $\Delta\varphi_{54}$.