3. Vektorová metóda kinematickej analýzy RM

Úlohou analytického kinematického riešenia mechanizmov je vyšetriť pohyb hnaných členov a významných bodov týchto členov v závislosti od známeho resp. predpísaného pohybu hnacích členov. Spravidla nás najviac zaujíma pohyb výstupných pracovných členov, polohy ťažísk členov a stredov spojení susedných členov pre ďalšie etapy skúmania mechanizmu (dynamickú analýzu, pevnostné výpočty, určovanie životnosti a spoľahlivosti atď.).

Vyšetriť pohyb znamená zistiť závislosť zmeny hodnôt súradníc polohy, rýchlostí a zrýchlení skúmaných členov a bodov od pohybu hnacích členov, teda od zmien hodnôt súradníc polohy, rýchlostí a zrýchlení hnacích členov, ktorých počet je rovný pohyblivosti mechanizmu. Po analýze štruktúry utvoríme matematický model mechanizmu vo forme vektorových a skalárnych slučkových rovníc s globálnymi súradnicami polohy členov. Takto získanú sústavu nelineárnych algebrických rovníc riešime Newtonovou-Raphsonovou numerickou metódou pomocou programu NUK, pre ktorý pripravíme potrebné vstupy.

3.1 PROGRAM NUK NA NUMERICKÚ KINEMATICKÚ ANALÝZU ROVINNÝCH MECHANIZMOV

Polohu, rýchlosť a zrýchlenie hnaných členov aj vyžadovaných bodov v rovinnom mechanizme vypočítame pomocou programu NUK tak, že pre dané hodnoty TM(2.3): $\overline{\psi}_n$, TM(2.18): $\dot{\overline{\psi}}_n$, TM(2,27): $\ddot{\overline{\psi}}_n$ a odhadnuté (z výkresu) hodnoty TM(2.5): $\overline{\psi}_z$ tieto spresníme iteračným procesom Newtonovej-Raphsonovej metódy.

Ako vyplýva z časti TM(2.1), sústavu nelineárnych algebrických rovníc TM(2.2) riešime tak, že ju linearizujeme do tvaru TM(2.7), v ktorom minimalizujeme rezíduá z rovníc polohy podprogramom NE s nasledujúcou štruktúrou (tab.3.1).

V podprograme NE

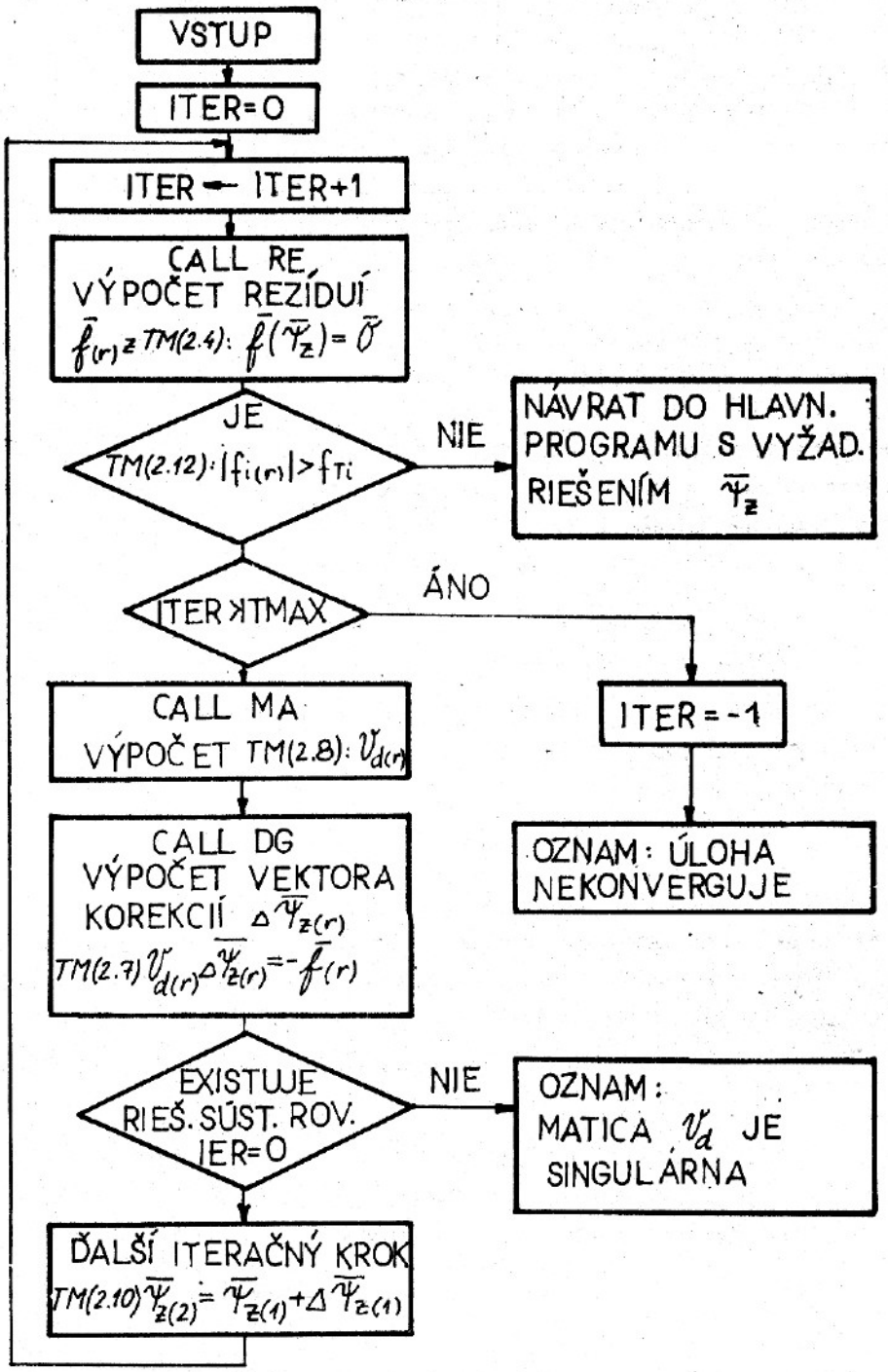
ITER je číslo iterácie (r) v rovnici TM(2.3),

RE - podprogram na vyčíslenie rezíduí $f_{i(r)}$ zo sústavy skalárnych slučkových rovníc polohy TM(2.4),

FTOL - prípustné hodnoty tolerancií TM(2,12) f_{Tj},

Podprogram NE

Tabuľka 3.1



ITMAX je maximálny počet iterácií TM(2.13) r_M,

MA - podprogram na výpočet prvkov Jakobiánu $\vartheta_{d(r)}$ TM(2.19),

DG - podprogram na riešenie sústavy lineárnych algebrických rovníc Gausovovou eliminačnou metódou,

IER - indikátor prípadnej singularity matice ϑ_d v podprograme DG.

Po výpočte vektora $\bar{\Psi}_z$ podprogramom KV získame hodnoty prvkov matice $\mathcal{B}$ TM(2.20) a potom podprogramom DG riešime sústavu TM(2.18), ktorá je lineárna pre neznámy vektor $\dot{\bar{\Psi}}_z$ rýchlostí.

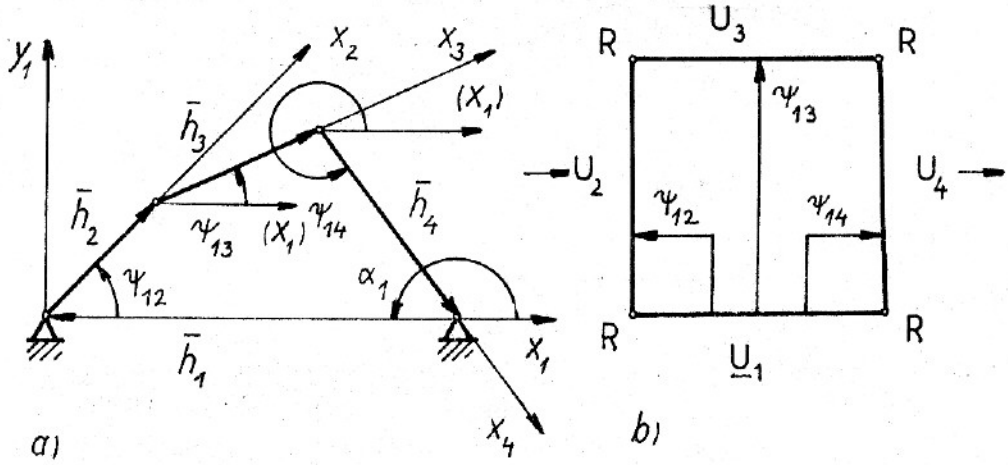
Podprogramom RA vypočítame hodnoty prvkov vektora $\bar{f}_a$ TM(2.27) a opäť podprogramom DG riešime sústavu TM(2.23) lineárnu pre neznámy vektor $\ddot{\bar{\Psi}}_z$.

Súradnice polohy, rýchlosti a zrýchlení vybratých bodov členov RUM získame podprogramom VA podľa rovníc TM(2.15).

Všetky vyžadované výsledky získame v tabuľkovej alebo pseudografickej forme pomocou výstupného podprogramu OU, ktorý je záverečným podprogramom v štruktúre programu NUK (tab. 3.2).

3.2 METODIKA POSTUPU VYUŽÍVANIA PROGRAMU NUK NA KINEMATICKÚ ANALÝZU RM

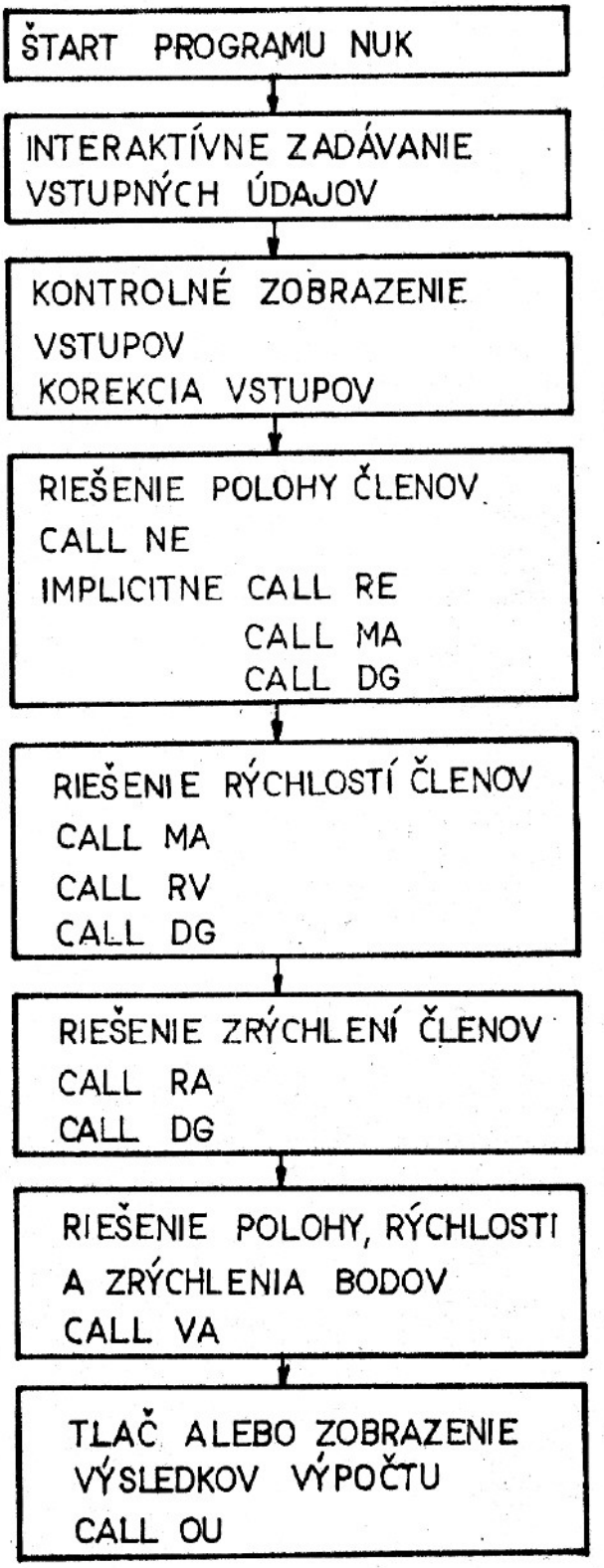
Ak máme za úlohu urobiť kinematickú analýzu daného RM (obr. 3.1a), pre ktorý poznáme veľkosti konštantných rozmerov (dĺžok a uhlov), začiatočné hodnoty premenlivých dĺžok a uhlov, ako aj priebeh pohybu vstupného hnacieho člena, potom realizujeme všeobecný postup podľa príkladu 1.4 (body 1 ÷ 10).



Obr. 3.1

a) globálne súradnice polohy členov RM 4R, b) štruktúrna schéma

Štruktúra programu NUK Tabuľka 3.2



Ďalší postup

11. Skalárne rovnice polohy z bodu 10 majú po prepísaní podľa jazyka fortran tvar fortranovských výrazov podprogramu RE

$$f_i = F(I), \quad I = 1, \ldots, NEQS$$
$$i = 1, \ldots, d$$

12. podľa TM(2.8)

$$\mathcal{V}_d = \left[\frac{\partial f_i}{\partial \Psi_{zj}}\right], \quad i = 1, 2, \ldots, d; \quad j = 1, 2, \ldots, d$$

vypočítame prvky $V_{dij} = A(I,J)$ Jakobiánu $\mathcal{V}_d$, ktoré vo fortranovskom tvare tvoria podprogram MA, pričom $I = j = 1, \ldots, NEQS$,

13. pre podprogram RV vypočítame prvky matice $\mathcal{B}$ TM(2.20)

$$\mathcal{B} = -\left[\frac{\partial f_i}{\partial \Psi_{ni}}\right], \quad i = 1, 2, \ldots, d; \quad j = 1, 2, \ldots, n$$

a podľa TM(2.18)

$$\bar{f}_v = [f_{v1}, \ldots, f_{vd}]$$

pričom

$$\bar{f}_v = \mathcal{B}\,\dot{\bar{\Psi}}_n, \quad f_{vi} = F(I), \quad I = 1, 2, \ldots, NEQS$$
$$i = 1,2, \ldots, d$$

14. podprogram RA utvoríme z výrazov podľa TM(2.27)

$$\bar{f}_a = \dot{\bar{f}}_v - \mathcal{V}_d\,\dot{\bar{\Psi}}_z$$

pričom $\bar{f}_a = [f_{a1}, \ldots, f_{ad}]$ vo fortranovskom tvare $f_{ai} = F(I)$, $I = 1, 2, \ldots, NEQS$, $i = 1, 2, \ldots, d$,

15. podprogram VA zostavíme podľa rovníc TM(2.15) pre vybraté body, $A(x_A, y_B)$, $B(x_B, y_B)$

pre program NUK označíme:

x_A = PSI (NEQS + 1), y_A = PSI (NEQS + 2)

príslušné derivácie

$$\dot{x}_A = \text{DPSI (NEQS + 1)}, \quad \dot{y}_A = \text{DPSI (NEQS + 2)}$$

$$\ddot{x}_A = \text{DDPSI (NEQS + 1)}, \quad \ddot{y}_A = \text{DDPSI (NEQS + 2)}$$

16. vyžadovanú formu výstupu určíme podprogramom OU.

Príklad 3.1

Utvorte matematický model rovinného mechanizmu 4R z obr. 3.1a, pričom člen U_2 bude hnací a pripravte vstupy pre program NUK na kinematickú analýzu polôh, rýchlostí a zrýchlení členov mechanizmu, ako aj bodov A, B.

R i e š e n i e

4. $v_m = 2, \quad t_m = 2, \quad s_{22} = 4(R), \quad s_2 = s = 4, \quad n_v = 3$

$g_m = 2, \quad u_2 = 4, \quad u = 4$

$k = 1, \quad c = 4, \quad n_k = n_h = n^s = n = 1, \quad n_n = 0, \quad z = 3,$

$m = 3, \quad d = 2$

5. 1234

r_1: 1234 $\quad k_1$: 12341 $\quad k_1$: CDABC

8. Globálne súradnice polohy:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \psi_{n1} = \psi_{12} = P(1) \\ \psi_2 &= \psi_{z1} = \psi_{13} = CN(1) = PSI(1) \\ \psi_3 &= \psi_{z2} = \psi_{14} = CN(2) = PSI(2) \end{aligned} \tag{3.1}$$

konštantné rozmery:

$$\begin{aligned} h_1 &= CN(3) \\ h_2 &= CN(4) \\ h_3 &= CN(5) \\ h_4 &= CN(6) \end{aligned} \tag{3.2}$$

Za konštanty CN(1), CN(2) považujeme začiatočné hodnoty závislých premenných PSI(1), PSI(2)

9. k_1: 12341 k_1: CDABC

$$\bar{h}_1 + \bar{h}_2 + \bar{h}_3 + \bar{h}_4 = \bar{0} \tag{3.3}$$

10. Pre podprogram RE máme skalárne rovnice tvoriace matematický model RM

$$F(1) = f_1 = - h_1 + h_2 \, c \, \psi_{n1} + h_3 \, c \, \psi_{z1} + h_4 \, c \, \psi_{z2} = 0 \tag{3.4}$$

$$F(2) = f_2 = h_2 \, s \, \psi_{n1} + h_3 \, s \, \psi_{z1} + h_4 \, s \, \psi_{z_2} = 0 \tag{3.5}$$

11. Označme m_k počet konštánt v rovniciach (3.4), (3.5), teda $m_k = 4$

12. Pre podprogram MA vyčíslime:

$$\begin{aligned}
V_{d11} &= \left[\frac{\partial f_1}{\partial \psi_{z1}}\right] = - h_3 \, s \, \psi_{z1} \equiv A(1,1) \\
V_{d12} &= \left[\frac{\partial f_1}{\partial \psi_{z2}}\right] = - h_4 \, s \, \psi_{z2} \equiv A(1,2) \\
V_{d21} &= \left[\frac{\partial f_2}{\partial \psi_{z1}}\right] = h_3 \, c \, \psi_{z1} \equiv A(2,1) \\
V_{d22} &= \left[\frac{\partial f_2}{\partial \psi_{z2}}\right] = h_4 \, c \, \psi_{z2} \equiv A(2,2)
\end{aligned} \tag{3.6}$$

$$\mathcal{V}_d = \begin{bmatrix} -h_3 \, s \, \psi_{z1} & - h_4 \, s \, \psi_{z2} \\ h_3 \, c \, \psi_{z1} & h_4 \, c \, \psi_{z2} \end{bmatrix} \tag{3.7}$$

13. Pre podprogram RV bude podľa vzťahov:

TM(2.20): $\mathcal{B} = - \left[\dfrac{\partial f_i}{\partial \psi_{ni}}\right]$ TM(2.18): $\bar{f}_v = \mathcal{B} \dot{\bar{\psi}}_n$

teda

$$\bar{f}_v = \left[f_{vi}, \ldots, f_{vd}\right]$$

$$\begin{aligned}
B_{11} &= - \left[\frac{\partial f_1}{\partial \psi_{n1}}\right] = - (- h_2 \, s \, \psi_{n1}) = h_2 \, s \, \psi_{n1} \\
B_{21} &= - \left[\frac{\partial f_2}{\partial \psi_{n1}}\right] = - h_2 \, s \, \psi_{n1}
\end{aligned} \tag{3.8}$$

$$\bar{f}_v = \left[h_2 \ \dot{\psi}_{n1} \ s \ \psi_{n1}, \ -h_2 \ \dot{\psi}_{n1} \ c \ \psi_{n1} \right]$$

$$f_{v1} = h_2 \ \dot{\psi}_{n1} \ s \ \psi_{n1} \equiv F(1) \tag{3.9}$$

$$f_{v2} = -h_2 \ \dot{\psi}_{n1} \ c \ \psi_{n1} \equiv F(2) \tag{3.10}$$

14. Pre podprogram RA sme mali vzťah

TM(2.27): $\bar{f}_a = \dot{\bar{f}}_v - \dot{\vartheta}_d \ \dot{\bar{\psi}}_z$

$$\dot{\bar{f}}_v = \left[h_2 \ \ddot{\psi}_{n1} \ s \ \psi_{n1} + h_2 \ \dot{\psi}_{n1}^2 \ c \ \psi_{n1}, \ - h_2 \ \ddot{\psi}_{n1} \ c \ \psi_{n1} + h_2 \ \dot{\psi}_{n1}^2 \ s \ \psi_{n1} \right]$$

$$\dot{\vartheta}_d = \begin{bmatrix} - h_3 \ \dot{\psi}_{z1} \ c \ \psi_{z1} & - h_4 \ \dot{\psi}_{z2} \ c \ \psi_{z2} \\ - h_3 \ \dot{\psi}_{z1} \ s \ \psi_{z1} & - h_4 \ \dot{\psi}_{z2} \ s \ \psi_{z2} \end{bmatrix}$$

$$\dot{\bar{\psi}}_z = \left[\dot{\psi}_{z1}, \ \dot{\psi}_{z2} \right]$$

$$\dot{\vartheta}_d \dot{\bar{\psi}}_z = \begin{bmatrix} - h_3 \ \dot{\psi}_{z1}^2 \ c \ \psi_{21} & - h_4 \ \dot{\psi}_{z2}^2 \ c \ \psi_{z2} \\ - h_3 \ \dot{\psi}_{z1}^2 \ s \ \psi_{z1} & - h_4 \ \dot{\psi}_{z2}^2 \ s \ \psi_{z2} \end{bmatrix}$$

$$\bar{f}_a = \begin{bmatrix} h_2(\ddot{\psi}_{n1} \ s \ \psi_{n1} + \dot{\psi}_{n1}^2 \ c \ \psi_{n1}) + h_3 \dot{\psi}_{z1}^2 \ c \ \psi_{z1} + h_4 \ \dot{\psi}_{z2}^2 \ c \ \psi_{z2} \\ h_2(-\ddot{\psi}_{n1} \ c \ \psi_{n1} + \dot{\psi}_{n1}^2 \ s \ \psi_{n1}) + h_3 \dot{\psi}_{z1}^2 \ s \ \psi_{z1} + h_4 \dot{\psi}_{z2}^2 \ s \ \psi_{z2} \end{bmatrix} \tag{3.11}$$

$$\bar{f}_a = \left[f_{a1}, \ f_{a2} \right], \quad f_{a1} = F(1), \quad f_{a2} = F(2)$$

15. Podprogram VA podľa vybratých bodov $A(x_A, y_A)$, $B(x_B, y_B)$

$$x_A = h_2 \ c \ \psi_{n1} = PSI(3)$$

$$y_A = h_2 \ s \ \psi_{n1} = PSI(4)$$

$$x_B = h_2 \ c \ \psi_{n1} + h_3 \ c \ \psi_{z1} \equiv PSI(5)$$

$$y_B = h_2 \ s \ \psi_{n1} + h_3 \ s \ \psi_{z1} \equiv PSI(6)$$

$$\dot{x}_A = - h_2 \ \dot{\psi}_{n1} \ s \ \psi_{n1} \equiv DPSI(3)$$

$$\dot{y}_A = h_2 \ \dot{\psi}_{n1} \ c \ \psi_{n1} \equiv DPSI(4)$$

$$\dot{x}_B = - h_2 \ \dot{\psi}_{n1} \ s \ \psi_{n1} - h_3 \ \dot{\psi}_{z1} \ s \ \psi_{z1} \equiv DPSI(5)$$

$$\dot{y}_B = h_2 \ \dot{\psi}_{n1} \ c \ \psi_{n1} + h_3 \ \psi_{z1} \ c \ \psi_{z1} \equiv DPSI \ (6)$$

$$\ddot{x}_A = - h_2 \ddot{\psi}_{n1} \, s \, \psi_{n1} - h_2 \dot{\psi}_{n1}^2 \, c \, \psi_{n1} \equiv DDPSI(3)$$

$$\ddot{y}_A = h_2 \ddot{\psi}_{n1} \, c \, \psi_{n1} - h_2 \dot{\psi}_{n1}^2 \, s \, \psi_{n1} \equiv DDPSI(4)$$

$$\ddot{x}_B = - h_2 \ddot{\psi}_{n1} \, s \, \psi_{n1} - h_2 \dot{\psi}_{n1}^2 \, c \, \psi_{n1} - h_3 \ddot{\psi}_{z1} \, s \, \psi_{z1} - h_3 \dot{\psi}_{z1}^2 \, c \, \psi_{z1} \equiv DDPSI(5) \qquad (3.12)$$

$$\ddot{y}_B = h_2 \ddot{\psi}_{n1} \, c \, \psi_{n1} - h_2 \dot{\psi}_{n1}^2 \, s \, \psi_{n1} + h_3 \ddot{\psi}_{z1} \, c \, \psi_{z1} - h_3 \dot{\psi}_{z1}^2 \, s \, \psi_{z1} \equiv DDPSI(6)$$

Označme predošlé rovnice spoločne.

Podľa predošlého utvorme <u>dátový súbor NU.DAT</u> vstupných údajov pre program NU.
Počet neznámych $\psi_{z1} - \psi_{zd}$ (zároveň počet skalárnych slučkových rovníc)

$$d = NEGS = 2$$

Úroveň vyžadovaného riešenia, kde sú možnosti:

LEVEL = 0 (riešenie polohy)
= 1 (riešenie polohy a rýchlostí)
= 2 (riešenie polojy, rýchlostí a zrýchlení)

Celkový počet konštánt CN(1) - CN(INCNS)

$$INCNS = d + m_k = 6$$

Pohyblivosť mechanizmu

$$NME = 1$$

Tolerancia pre vyžadovanú presnosť výsledkov výpočtu odporúčame

FTOL = 1.0 D-7

Začiatočné hodnoty vstupných premenných $\psi_{n1} - \psi_{nn}$, v našom prípade $n = 1$

ψ_{n1} = P(1) = 0.10472D + 01 RAD

Zvolené prírastky hodnôt súradnice ψ_{n1} polohy vstupného hnacieho člena U_2

DELP(1) = 0.8726D + 01 RAD

Maximálna konečná hodnota súradnice ψ_{n1}

PMAX(1) = 0.15708D + 01 RAD

Rýchlosť pohybu vstupného hnacieho člena (začiatočná)

$\dot{\psi}_{n1}$ = DP(1) = 0.1D + 01 RAD s^{-1}

Začiatočné zrýchlenie

$\ddot{\psi}_{n1}$ = DDP(1) = 0.1D + 00 RAD s^{-2}

Začiatočné hodnoty súradníc ψ_{z1} - ψ_{zd} polohy hnaných členov (odmeriame ich v začiatočnej polohe z obr. 3.1a RM)

ψ_{z1} = PSI(1) = CN(1) = 0.29D + 00 RAD

ψ_{z2} = PSI(2) = CN(2) = 0.45D + 01 RAD

Hodnoty ďalších konštánt

h_1 = CN(3) = 0.1D + 00 M

h_2 = CN(4) = 0.5D - 01 M

h_3 = CN(5) = 0.9D - 01 M

h_4 = CN(6) = 0.7D - 01 M