6. Maticová metóda hodnotenia geometrickej presnosti mechanizmov

Presnosť sa stáva hlavným kritériom pri utváraní a hodnotení mechanizmov, pričom na tvorbu (konštruovanie) mechanizmov s vyžadovanou presnosťou používame metódy syntézy s implicitne zahrnutou optimalizáciou, a metódami analýzy určujeme (hodnotíme) dosiahnutú presnosť daného mechanizmu.

6.1 ODCHÝLKY PARAMETROV MECHANIZMOV

Presný mechanizmus z nedeformovateľných členov, bez vôlí v elementoch spojení môže teoreticky presne, teda bez odchýlok generovať vyžadované polohy a priebehy pohybov členov.

Skutočný mechanizmus vplyvom výrobných tolerancií, poddajnosti členov, vôlí v elementoch spojení, opotrebovania, zmien teploty atď. generuje polohy a pohyb členov, ktoré sa líšia od polôh a pohybov členov presného mechanizmu.

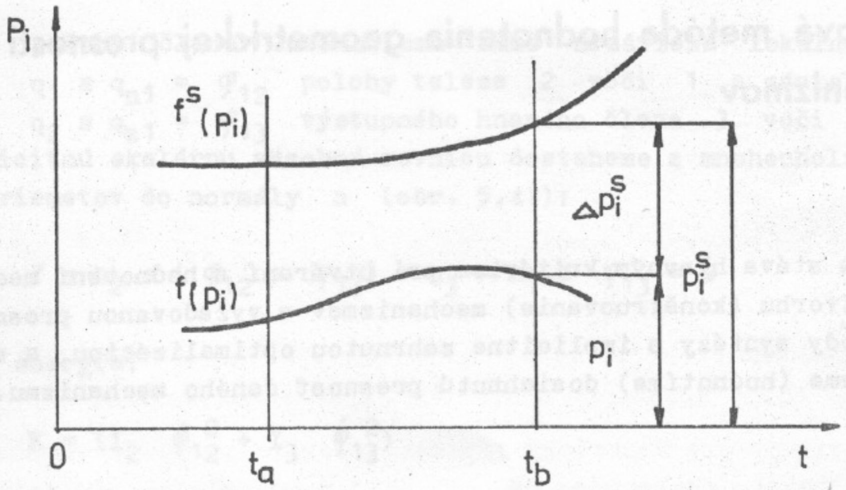
Označme m_{sp} počet sledovaných parametrov štruktúry mechanizmu. Na obr. 6.42 sme znázornili vyžadovaný priebeh $f(p_i)$ i-tého parametra

$$p_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, m_{sp} \tag{6.1}$$

ktorého vyžadované hodnoty p_{it} v čase $t \in \langle t_a, t_b \rangle$ generuje presný mechanizmus. Skutočný priebeh $f^s(p_i)$ i-tého parametra (obr. 6.42) generuje skutočný mechanizmus. Skutočná odchýlka Δp_{it}^s je rozdiel:

$$\Delta p_{it}^s = p_{it}^s - p_{it} \tag{6.2}$$

Prvotné odchýlky sú rozdiely $\Delta \varrho_i$ v rozmeroch určujúcich východiskovú konfiguráciu členov skutočného a presného mechanizmu, ďalej rozdiely Δq_{ni}, $\Delta \dot{q}_{ni}$, $\Delta \ddot{q}_{ni}$ v hodnotách geometrických, kinematických aj dynamických veličín vstupných hnacích členov skutočného a presného mechanizmu, pričom prvotné odchýlky sú navzájom nezávislé.



Obr. 6.42

Vyžadovaný $f(p_i)$ a skutočný $f^s(p_i)$ priebeh i-tého parametra

Druhotné odchýlky v UM sú rozdiely Δq_{zi}, $\Delta \dot{q}_{zi}$, $\Delta \ddot{q}_{zi}$ v hodnotách veličín hnaných členov skutočného a presného mechanizmu a sú závislé od prvotných odchýlok.

Druhotné odchýlky v OM sú rozdiely Δq_{ni}, $\Delta \dot{q}_{ni}$, $\Delta \ddot{q}_{ni}$ v hodnotách veličín hnacích výstupných členov voči vzťažnému priestoru.

Skutočná odchýlka Δp_i^s parametra p_i je daná súčtom geometrickej Δp_{ig}^s, kinematickej Δp_{ik}^s a dynamickej Δp_{id}^s odchýlky parametra:

$$\Delta p_i^s = \Delta p_{ig}^s + \Delta p_{ik}^s + \Delta p_{id}^s \tag{6.3}$$

Ak skutočný mechanizmus spĺňa podmienku:

$$|\Delta p_i^s| < \varepsilon_i^s \tag{6.4}$$

resp.

$$|\Delta p_{ig}^s| < \varepsilon_{ig}^s \tag{6.5}$$

$$|\Delta p_{ik}^s| < \varepsilon_{ik}^s \tag{6.6}$$

$$|\Delta p_{id}^s| < \varepsilon_{id}^s \tag{6.7}$$

kde ε_i^s, resp. (ε_{ig}^s, ε_{ik}^s, ε_{id}^s) je dané číslo, potom pracuje s vyžadovanou celkovou, resp. (geometrickou, kinematickou, dynamickou) presnosťou, resp. dovolenou nepresnosťou.

6.2 ANALYTICKÉ HODNOTENIE GEOMETRICKEJ PRESNOSTI MECHANIZMOV

Pri analytickom hodnotení geometrickej presnosti mechanizmov určujeme maticovou kinematickou analýzou druhotné odchýlky závislé od prvotných odchýlok, ktoré sú známe z daných údajov pre východiskovú konfiguráciu členov mechanizmu a z daného priebehu pohybu hnacích členov.

6.2.1 G e o m e t r i c k á p r e s n o s ť O M

Sprievodič r_{aL} bodu L výstupného člena b presného mechanizmu je podľa (4.9):

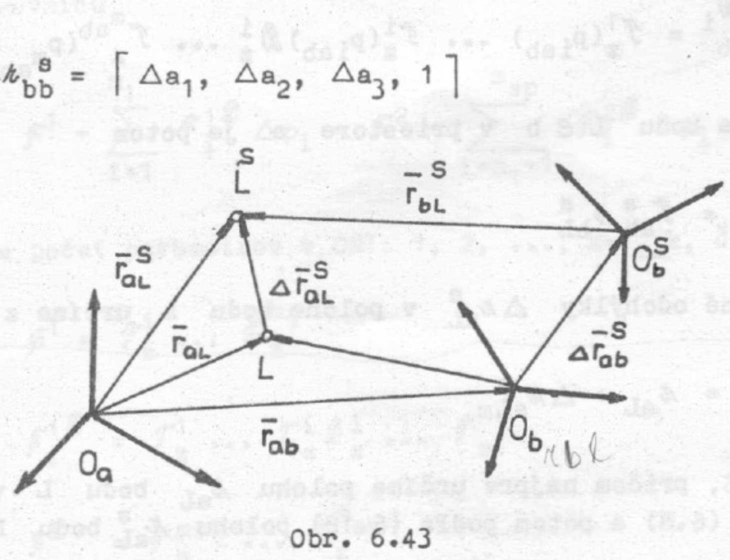
$$r_{aL} = \mathcal{T}_{ab}\, r_{bL} \tag{6.8}$$

kde $\mathcal{T}_{ab}$ je podľa (4.8) transformačná matica vzájomnej polohy b:a. Označme $\mathcal{T}_{bb}^{s}$ <u>maticu odchýlok skutočnej (b^s) a presnej (b) polohy telesa b</u> (obr. 6.43). Podľa (4.8) je

$$\mathcal{T}_{bb}^{s} = \begin{bmatrix} 1 & -\Delta\varphi_z & \Delta\varphi_y & \Delta a_1 \\ \Delta\varphi_z & 1 & -\Delta\varphi_x & \Delta a_2 \\ -\Delta\varphi_y & \Delta\varphi_x & 1 & \Delta a_3 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{6.9}$$

kde

$$\Delta r_{bb}^{s} = \left[\Delta a_1,\ \Delta a_2,\ \Delta a_3,\ 1\right] \tag{6.10}$$



Obr. 6.43

Skutočná (L^s) a presná (L) poloha bodu L ∈ b

Matice $\mathcal{T}_{zk}^{s}(\Delta p_i)$ odchýlok základných pohybov sú pre malé odchýlky Δp_i hodnôt parametra p_i zhodné s transformačnými maticami $\mathcal{T}_{zk}(\Delta p_i)$, v ktorých je

$$c\ \Delta p_i = 1 \tag{6.11a}$$

$$s\ \Delta p_i = \cancel{s}\ \Delta p_i \tag{6.11b}$$

teda

$$\mathcal{T}_{zk}^{s}(\Delta p_i) = \mathcal{T}_{zk}(\Delta p_i) \tag{6.12}$$

Pričom pomocou maticových diferenciálnych operátorov $\mathcal{D}_{zk}$ vyjadríme:

$$\mathcal{T}_{zk}^{s}(\Delta p_i) = \mathcal{J}_4 + \mathcal{D}_{zk}\,\Delta p_i \tag{6.13}$$

$k = 1, 2, \ldots, 6$. Označme $\mathcal{T}_{ab}^{s}$ <u>transformačnú maticu skutočnej polohy b^s:a</u>. Vzájomný súvis transformačných matíc vyplýva zo vzťahu

$$\mathcal{T}_{ab} = \mathcal{T}_{ab}^{s}\,\mathcal{T}_{bb}^{s} \tag{6.14}$$

Pre spojenie telies a, b s počtom m_{ab} parametrov je

$$\mathcal{T}_{ab}^{s} = \mathcal{T}_{ab} + \sum_{i=1}^{m_{ab}} \mathcal{T}_{ab}^{\mathcal{D}_i}\,\Delta p_{iab} \tag{6.15}$$

kde

$$\mathcal{T}_{ab}^{\mathcal{D}_i} = \mathcal{T}_z^{1}(p_{iab}) \ldots \mathcal{T}_z^{i}(p_{iab})\,\mathcal{D}_z^{i} \ldots \mathcal{T}_z^{m_{ab}}(p_{m_{ab}}ab) \tag{6.16}$$

Skutočná poloha bodu $L \in b$ v priestore a je potom

$$r_{aL}^{s} = \mathcal{T}_{ab}^{s}\,r_{bL}^{s} \tag{6.17}$$

Hľadané druhotné odchýlky Δr_{aL}^{s} v polohe bodu L určíme z rovnice

$$r_{aL}^{s} = r_{aL} + \Delta r_{aL}^{s} \tag{6.18}$$

podľa obr. 6.43, pričom najprv určíme polohu r_{aL} bodu L v presnom mechanizme podľa (6.8) a potom podľa (6.18) polohu r_{aL}^{s} bodu L^s v skutočnom OM.

6.22 G e o m e t r i c k á   p r e s n o s ť   U M

a) Východiskom pre hodnotenie geometrickej presnosti u-členného JM je maticová kinematická rovnica vzájomnej polohy členov presného mechanizmu, ktorú získame metódou symetrického rezu k-tym členom:

$$\mathcal{T}_{12}\,\mathcal{T}_{23}\,\ldots\,\mathcal{T}_{k-1,k} = \mathcal{T}_{1u}\,\mathcal{T}_{u,u-1}\,\ldots\,\mathcal{T}_{k-1,k} \tag{6.19}$$

Analogicky pre skutočný mechanizmus máme:

$$\mathcal{T}^{s}_{12}\,\mathcal{T}^{s}_{23}\,\ldots\,\mathcal{T}^{s}_{k-1,k} = \mathcal{T}^{s}_{1u}\,\mathcal{T}^{s}_{u,u-1}\,\ldots\,\mathcal{T}^{s}_{k-1,k} \tag{6.20}$$

Označme $\Delta\bar{\varrho}$ <u>vektor odchýlok rozmerov</u>:

$$\Delta\bar{\varrho} = \left\lceil \Delta\varrho_1,\ \ldots,\ \Delta\varrho_{m_r} \right\rceil \tag{6.21}$$

Označme $\Delta\bar{q}_n$ <u>vektor odchýlok súradníc polohy hnacích členov JM</u>:

$$\Delta\bar{q}_n = \left\lceil \Delta q_{n1},\ \ldots,\ \Delta q_{nn} \right\rceil \tag{6.22}$$

Označme $\Delta\bar{q}_z$ <u>vektor odchýlok súradníc polohy hnaných členov, teda vektor druhotných odchýlok</u>:

$$\Delta\bar{q}_z = \left\lceil \Delta q_{z1},\ \ldots,\ \Delta q_{zz} \right\rceil \tag{6.23}$$

Ak dosadíme do (6.20) vzťahy (6.15), (6.16) a ponecháme len lineárne členy, dostaneme rovnicu

$$\mathcal{F}^1 + \sum_{i=1}^{m_1} \mathcal{F}_i^{1\mathcal{D}}\,\Delta p_i = \mathcal{F}^2 + \sum_{i=m_1+1}^{m_{sp}} \mathcal{F}_i^{2\mathcal{D}}\,\Delta p_i \tag{6.24a}$$

kde m_1 je počet parametrov v OM1: 1, 2, ..., k-1, k, ďalej

$$\mathcal{F}^1 = \mathcal{T}_z^1 \ldots \mathcal{T}_z^{m_1} \tag{6.24b}$$

$$\mathcal{F}_i^{1\mathcal{D}} = \mathcal{T}_z^1 \ldots \mathcal{T}_z^i\,\mathcal{D}_z^i \ldots \mathcal{T}_z^{m_1} \tag{6.24c}$$

$$\mathcal{F}^2 = \mathcal{T}_z^{m+1} \ldots \mathcal{T}_z^{m_{sp}} \tag{6.24d}$$

$$\mathcal{T}_i^{2\mathcal{D}} = \mathcal{T}_z^{m_1+1} \dots \mathcal{T}_z^{i}\mathcal{D}_z^{i} \dots \mathcal{T}_z^{m_{sp}} \qquad (6.24e)$$

Po roznásobení matíc v rovnici (6.24a) a roztriedení odchýlok parametrov vyberieme 6 lineárne nezávislých skalárnych rovníc a zapíšeme v maticovom tvare

$$\mathcal{F}\Delta\bar{q}_z = \mathcal{G}\Delta\bar{q}_n + \mathcal{H}\Delta\bar{\varrho} + \bar{f} \qquad (6.24f)$$

kde $\bar{f}$ je vektor rovníc (funkcií) polohy presného mechanizmu, teda

$$\bar{f}(\bar{q}_z, \bar{q}_n) = \bar{\mathcal{O}} \qquad (6.24g)$$

potom z rovnice (6.24f) určíme vektor $\Delta\bar{q}_z$ druhotných odchýlok:

$$\Delta\bar{q}_z = \mathcal{F}^{-1} (\mathcal{G}\Delta\bar{q}_n + \mathcal{H}\Delta\bar{\varrho}) \qquad (6.24h)$$

b) Pre každú ZS vo VM zostavíme maticovú rovnicu vzájomnej polohy členov typu (6.19) a ďalší postup je analogický s postupom pre JM.