Po dosadení (4.61) do (4.59) a spoločne do (4.58):

$$\mathcal{A}_{ab} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}^{\alpha}_{ab}, & \mathcal{S}^{T}_{ab}\ddot{\bar{r}}_{ab} - \Lambda_{ab}\mathcal{S}^{T}_{ab}\dot{\bar{r}}_{ab} \\ \mathcal{O}, & 0 \end{bmatrix} \tag{4.62}$$

Po dosadení (4.44), (4.58) do (4.57) je

$$\ddot{\mathcal{T}}_{ab} = \mathcal{T}_{ab}\,(\mathcal{A}_{ab} + \mathcal{V}^{2}_{ab}) \tag{4.63}$$

Označme $\mathcal{A}^{u}_{ab}$ <u>úplnú maticu zrýchlenia bodov telesa b:a</u> vyjadrenú v priestore b:

$$\mathcal{A}^{u}_{ab} = \mathcal{A}_{ab} + \mathcal{V}^{2}_{ab} \tag{4.64}$$

Potom z (3.63)

$$\ddot{\mathcal{T}}_{ab} = \mathcal{T}_{ab}\,\mathcal{A}^{u}_{ab} \tag{4.65}$$

Podľa (4.53) je

$$\mathcal{V}^{2}_{ab} = \begin{bmatrix} \Lambda^{2}_{ab}, & \Lambda_{ab}\mathcal{S}^{T}_{ab}\dot{\bar{r}}_{ab} \\ \mathcal{O}, & 0 \end{bmatrix} \tag{4.66}$$

Po dosadení (4.62), (4.66) do (4.64)

$$\mathcal{A}^{u}_{ab} = \begin{bmatrix} \mathcal{A}^{\alpha}_{ab} + \Lambda^{2}_{ab}, & \mathcal{S}^{T}_{ab}\ddot{\bar{r}}_{ab} \\ \mathcal{O}, & 0 \end{bmatrix} \tag{4.67}$$

Po dosadení (4.65) do (4.56) je

$$a_{aL} = \mathcal{T}_{ab}\,\mathcal{A}^{u}_{ab}\,r_{bL} \tag{4.68}$$

Deriváciou (4.55) vzhľadom na (4.60) a (4.68) dostaneme zrýchlenie bodu $L \in b$ a vyjadrené v priestore a:

$$\ddot{\bar{r}}_{aL} = \mathcal{S}_{ab}\,(\mathcal{A}^{\alpha}_{ab} + \Lambda^{2}_{ab})\,\bar{r}_{bL} + \ddot{\bar{r}}_{ab} \tag{4.69}$$

kde $\ddot{\bar{r}}_{ab}$ je <u>zrýchlenie začiatku O_b v priestore a</u>, $\mathcal{A}^{\alpha}_{ab}\,\bar{r}_{bL}$ je <u>točivé zrýchlenie telesa b</u> pri sférickom pohybe okolo O_b vyjadrené v priestore b,

$\mathcal{A}_{ab}^{2}\,\bar{r}_{bL}$ je <u>stredové zrýchlenie telesa b</u> pri sférickom pohybe telesa b okolo O_b vyjadrené v priestore b,

$(\mathcal{a}^{\alpha}_{ab} + \mathcal{A}_{ab}^{2})\,\bar{r}_{bL}$ je <u>celkové zrýchlenie bodu $L \in b$</u> pri sférickom pohybe telesa b okolo O_b vyjadrené <u>v priestore b</u>,

$\mathcal{S}_{ab}\,(\mathcal{a}^{\alpha}_{ab} + \mathcal{A}_{ab}^{2})\,\bar{r}_{bL}$ je <u>celkové zrýchlenie bodu $L \in b$</u> pri sférickom pohybe telesa b okolo O_b vyjadrené <u>v priestore a</u>.

4.8 MATICOVÉ DIFERENCIÁLNE OPERÁTORY

Z transformačnej matice (4.11a): $\mathcal{T}_{Z1}(x)$ získame podľa (4.43) maticu rýchlostí:

$$\mathcal{V}_{Z1}(x) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \dot{x} \tag{4.70a}$$

Označme $\mathcal{D}_{Z1}$ <u>maticový diferenciálny operátor z</u> (4.70a):

$$\mathcal{D}_{Z1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.70b}$$

Rovnica (4.70a) má pomocou (4.70b) tvar

$$\mathcal{V}_{Z1} = \mathcal{D}_{Z1}\,\dot{x} \tag{4.70c}$$

Podľa (4.58), (4.70c) dostaneme maticu zrýchlení:

$$\mathcal{a}_{Z1}(x) = \mathcal{D}_{Z1}\,\ddot{x} \tag{4.70d}$$

Vzťahy (4.70c), (4.70d) zovšeobecníme pre všetky základné pohyby:

$$\mathcal{V}_{Zi}(q_i) = \mathcal{D}_{Zi}\,\dot{q}_i \tag{4.71a}$$

kde $i = 1, 2, \ldots, 6$

$$\mathcal{a}_{Zi}(q_i) = \mathcal{D}_{Zi}\,\ddot{q}_i \tag{4.71b}$$

Podľa (4.44):

$$\dot{\mathcal{T}}_{Zi}(q_i) = \mathcal{T}_{Zi}(q_i)\ \mathcal{D}_{Zi}\ \dot{q}_i \tag{4.71c}$$

Podľa (4.63):

$$\ddot{\mathcal{T}}_{Zi}(q_i) = \mathcal{T}_{Zi}(q_i)\ (\mathcal{D}_{Zi}\ \ddot{q}_i + \mathcal{D}_{Zi}^2\ \dot{q}_i^2) \tag{4.71d}$$

Derivácia transformačných matíc podľa premennej q_i:

$$\mathcal{T}'_{Zi}(q_i) = \frac{d\,\mathcal{T}_{Zi}(q_i)}{dq_i} = \mathcal{T}_{Zi}(q_i)\ \mathcal{D}_{Zi} \tag{4.71e}$$

$$\mathcal{T}''_{Zi}(q_i) = \mathcal{T}_{Zi}(q_i)\ \mathcal{D}_{Zi}^2 \tag{4.71f}$$

Maticové diferenciálne operátory pre ďalšie základné pohyby:

$$\mathcal{D}_{Z2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.72a}$$

$$\mathcal{D}_{Z3} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.72b}$$

$$\mathcal{D}_{Z4} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.72c}$$

$$\mathcal{D}_{Z5} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.72d}$$

$$\mathcal{D}_{Z6} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \tag{4.72e}$$

Ďalej platí:

$$\mathcal{D}_{Z1}^2 = \mathcal{D}_{Z2}^2 = \mathcal{D}_{Z3}^2 = \mathcal{O} \qquad (4.72f)$$

$$\mathcal{D}_{Z4}^2 = \lceil 0,\ -1,\ -1,\ 0 \rfloor \qquad (4.72g)$$

$$\mathcal{D}_{Z5}^2 = \lceil -1,\ 0,\ -1,\ 0 \rfloor \qquad (4.72h)$$

$$\mathcal{D}_{Z6}^2 = \lceil -1,\ -1,\ 0,\ 0 \rfloor \qquad (4.72ch)$$

Transformačné matice základných pohybov prislúchajúce tej istej osi a posuvov vôbec, ako aj maticové diferenciálne operátory sú zámenné.

4.9 PARAMETRE MECHANIZMU

Označme p_i <u>parametre mechanizmu:</u>

$$p_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, m_p \qquad (4.73a)$$

ktorými sú rozmery ϱ_i:

$$\varrho_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, m_r \qquad (4.73b)$$

a to dĺžky členov a konštantné vzdialenosti:

$$h_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, m_h \qquad (4.73c)$$

konštantné konštrukčné uhly:

$$\alpha_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, m \qquad (4.73d)$$

a zovšeobecnené lokálne, resp. globálne súradnice polohy členov mechanizmu

podľa (1.1): q_i, $i = 1, 2, \ldots, c$
resp. (1.57): ψ_i, $i = 1, 2, \ldots, m$, z ktorých sú nezávislé
podľa (1.2): q_{ni}, $i = 1, 2, \ldots, n$

resp. (1.58): ψ_{ni}, $i = 1, 2, \ldots, n$ a závislé
podľa (1.5): q_{zi}, $i = 1, 2, \ldots, z$
resp. (1.66): ψ_{zi}, $i = 1, 2, \ldots, d$

Označme s_i spoločným symbolom lokálne alebo globálne súradnice polohy:

$$s_i, \qquad i = 1, 2, \ldots, m_s \tag{4.73e}$$

Potom počet m_p parametrov mechanizmu bude

$$m_p = m_r + m_s \tag{4.73f}$$

Označme p_{iab} parametre prislúchajúce spojeniu telies a, b:

$$p_{iab}, \qquad i = 1, 2, \ldots, m_{ab} \tag{4.73g}$$

4.10 RÝCHLOSŤ A ZRÝCHLENIE BODOV A TELIES V OM

Podľa predošlého môžeme každú transformačnú maticu vyjadriť súčinom niekoľkých transformačných matíc základných pohybov, teda podľa (4.11), (4.73g):

$$\mathcal{T}_{ab} = \prod_{i=1}^{m_{ab}} \mathcal{T}_Z^i\,(p_{iab}) \tag{4.74}$$

kde v $\mathcal{T}_Z^i$ píšeme index i hore, ale v konkrétnych prípadoch po spresnení základných pohybov ho nahradíme zvyčajným dolným indexom. Po dosadení (4.74) do (4.18) dostaneme rovnicu polohy bodu s transformačnými maticami základných pohybov:

$$\boldsymbol{r}_{1L} = \prod_{i=1}^{m_p} \mathcal{T}_Z^i\,(p_i)\,\boldsymbol{r}_{uL} \tag{4.75}$$

Rovnicu pre rýchlosť bodu L dostaneme derivovaním (4.75) podľa času, avšak najprv zderivujeme na ilustráciu rovnicu (4.16)

$$\mathcal{T}_{13} = \mathcal{T}_{12}\,\mathcal{T}_{23}$$

$$\dot{\mathcal{T}}_{13} = \dot{\mathcal{T}}_{12}\ \mathcal{T}_{23} + \mathcal{T}_{12}\ \dot{\mathcal{T}}_{23} \tag{4.76a}$$

Podľa (4.44): $\boxed{\dot{\mathcal{T}}_{ab} = \mathcal{T}_{ab}\ \mathcal{V}_{ab}}$ bude

$$\dot{\mathcal{T}}_{13} = \mathcal{T}_{12}\ \mathcal{V}_{12}\ \mathcal{T}_{23} + \mathcal{T}_{12}\ \mathcal{T}_{23}\ \mathcal{V}_{23} \tag{4.76b}$$

a podľa (4.71a): $\mathcal{V}_{Zi}(q_i) = \mathcal{D}_{Zi}\ \dot{q}_i$ zovšeobecníme

úplne nový typ matice

matica základného pohybu číslo 2

$$\mathcal{U}_i = \mathcal{T}_Z^1\ \mathcal{T}_Z^2 \dots \mathcal{T}_Z^i\ \mathcal{D}_Z^i\ \mathcal{T}_Z^{i+1} \dots \mathcal{T}_Z^{m_p} \tag{4.76c}$$

horný index je len poradové číslo

a podľa (4.37): $v_{aL} = \dot{\mathcal{T}}_{ab}\ \bar{r}_{bL}$ bude

operátor

parameter mechanizmu

$$v_{1L} = \left(\sum_{i=1}^{m_p} \mathcal{U}_i\ \dot{p}_i \right) r_{uL} \tag{4.77}$$

Ak je parameter p_i rozmerom, je $\dot{p}_i = 0$ a príslušný sčítanec sa v rovnici (4.77) nevyskytne.

Derivujme (4.76a) a označme sčítance:

$$\ddot{\mathcal{T}}_{13} = \underbrace{\mathcal{T}_{12}\ \mathcal{V}_{12}\ \mathcal{V}_{12}\ \mathcal{T}_{23}}_{A} + \underbrace{\mathcal{T}_{12}\ \mathcal{A}_{12}\ \mathcal{T}_{23}}_{B} + \underbrace{\mathcal{T}_{12}\ \mathcal{V}_{12}\ \mathcal{T}_{23}\ \mathcal{V}_{23}}_{C} +$$

$$+ \underbrace{\mathcal{T}_{12}\ \mathcal{V}_{12}\ \mathcal{T}_{23}\ \mathcal{V}_{23}}_{D} + \underbrace{\mathcal{T}_{12}\ \mathcal{T}_{23}\ \mathcal{V}_{23}\ \mathcal{V}_{23}}_{E} + \underbrace{\mathcal{T}_{12}\ \mathcal{T}_{23}\ \mathcal{A}_{23}}_{F} \tag{4.78}$$

podľa (4.71b): $\mathcal{A}_{Zi}(q_i) = \mathcal{D}_{Zi}\ \ddot{q}_i$ a podľa (4.56): $a_{aL} = \ddot{\mathcal{T}}_{ab}\ r_{bL}$,
(4.71d): $\ddot{\mathcal{T}}_{Zi}(q_i) = \mathcal{T}_{Zi}(q_i)\ (\mathcal{D}_{Zi}\ \ddot{q}_i + \mathcal{D}_{Zi}^2\ \dot{q}_i^2)$ je

$$a_{1L} = \left[\sum_{i=1}^{m_p} \left(\mathcal{U}_i\ \ddot{p}_i + \sum_{k=1}^{m_p} \mathcal{U}_{ik}\ \dot{p}_i\ \dot{p}_k \right) \right] r_{uL}. \tag{4.79}$$

kde $\mathcal{U}_i$ je podľa (4.76c) a patria sem sčítance B, F z rovnice (4.78), pričom pre $i \neq k$ je

$$\mathcal{U}_{ik} = \mathcal{T}_Z^1\ \mathcal{T}_Z^2 \dots \mathcal{T}_Z^i\ \mathcal{D}_Z^i\ \mathcal{T}_Z^{i+1} \dots \mathcal{T}_Z^k\ \mathcal{D}_Z^k\ \mathcal{T}_Z^{k+1} \dots \mathcal{T}_Z^{m_p} \tag{4.80}$$

kam patria z (4.78) sčítance C, D a pre $i = k$ je

$$\mathcal{U}_{ii} = \mathcal{T}_Z^1\, \mathcal{T}_Z^2 \dots \mathcal{T}_Z^i\, (\mathcal{D}_Z^i)^2\, \mathcal{T}_Z^{i+1} \dots \mathcal{T}_Z^{m_p} \qquad (4.81)$$

kam patria z (4.78) sčítance A, E.

4.10.1 Derivácie HD transformačnej matice

špeciálny prípad predchádzajúceho

Podľa (4.22), (4.23)

$$\dot{\mathcal{T}}_{i-1,i} = \vartheta\, \mathcal{T}_{i-1,i}\, \dot{q}_i \qquad (4.82a)$$

kde

$$\vartheta = \sigma\, \mathcal{D}_{Z3} + (1 - \sigma)\, \mathcal{D}_{Z6} \qquad (4.82b)$$

a súčiniteľ σ je podľa typu spojenia pre:

a) R spojenie

$$\sigma = 0 \qquad (4.82c)$$

pričom

$$q_i = \delta_i, \qquad d_i = \text{const} \qquad (4.82d)$$

teda

$$\dot{\mathcal{T}}_{i-1,i} = \mathcal{D}_{Z6}\, \mathcal{T}_{i-1,i}\, \dot{\delta}_i \qquad (4.82e)$$

b) P spojenie

$$\sigma = 1 \qquad (4.82f)$$

pričom

$$q_i = d_i, \qquad \alpha_i = \text{const} \qquad (4.82g)$$

potom podľa (4.82b), (4.82a)

$$\dot{\mathcal{T}}_{i-1,i} = \mathcal{D}_{Z3}\, \mathcal{T}_{i-1,i}\, \dot{d}_i \qquad (4.82h)$$

4.10.2 Pohyb výstupného pracovného člena OM

Všeobecný pohyb výstupného pracovného člena v OM vyjadríme pomocou základného rozkladu na translačný určený spravidla pohybom ťažiska T podľa (4.18) $L \equiv T$ a relatívny sférický okolo T opísaný vzťahom (4.19). Veličiny $\mathcal{V}_{1u}$, a_{1u}, a^{u}_{1u}, $\mathcal{A}_{1u}$, a^{α}_{1u}, $\bar{\omega}_{1u}$, $\bar{\alpha}_{1u}$ potom vypočítame podľa príslušných vzťahov.

4.11 RÝCHLOSŤ A ZRÝCHLENIE BODOV A TELIES V JM A VM

Ak dosadíme (4.75) do (4.30), dostaneme maticovú rovnicu vzájomnej polohy členov JM so symetrickým rezom a transformačnými maticami základných pohybov:

$$\prod_{i=1}^{m_p^1} \mathcal{T}_Z^i(p_i) = \prod_{i=m_p^1+1}^{m_p} \mathcal{T}_Z^i(p_i) \tag{4.83}$$

kde m_p^1 je počet parametrov p_i v OM1 s členmi 1, 2, ..., k-1, k. Maticová rovnica pre rýchlosti hnaných členov vyplýva z (4.83):

$$\sum_{i=1}^{m_p^1} \mathcal{U}_i \, \dot{p}_i = \sum_{i=m_p^1+1}^{m_p} \mathcal{U}_i \, \dot{p}_i \tag{4.84}$$

kde $\mathcal{U}_i$ sú analogické s (4.76c). Maticová rovnica pre zrýchlenia hnaných členov bude

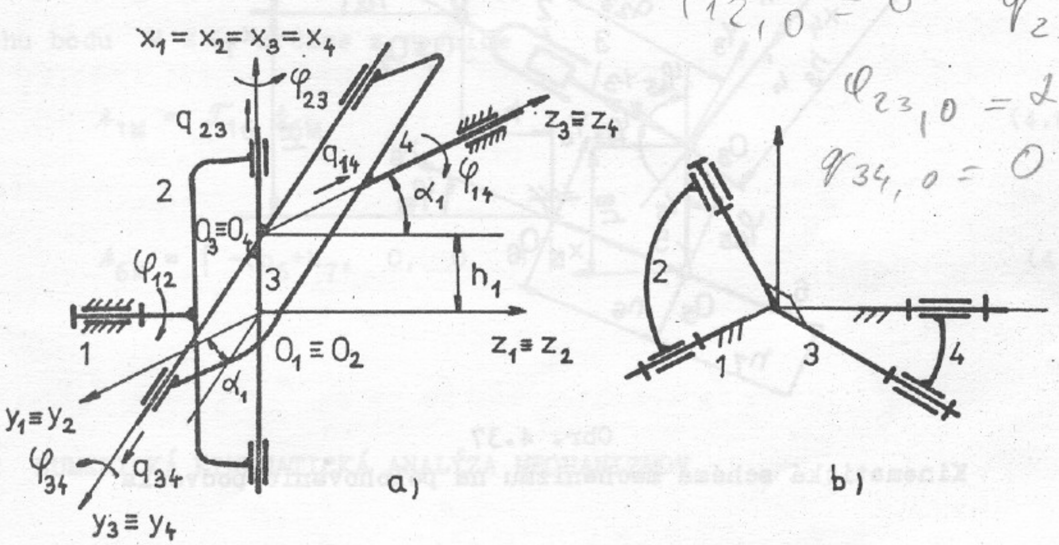
$$\sum_{i=1}^{m_p^1} \left(\mathcal{U}_i \, \ddot{p}_i + \sum_{i=1}^{m_p^1} \mathcal{U}_{ik} \, \dot{p}_i \, \dot{p}_k \right) =$$

$$= \sum_{i=m_p^1+1}^{m_p} \left(\mathcal{U}_i \, \ddot{p}_i + \sum_{i=m_p^1+1}^{m_p} \mathcal{U}_{ik} \, \dot{p}_i \, \dot{p}_k \right) \tag{4.85}$$

kde $\mathcal{U}_i$ sú analogické s (4.76c) a $\mathcal{U}_{ik}$ s (4.80), (4.81). Pre VM s k ZS píšeme rovnice (4.83), (4.84) a (4.85) pre každú ZS. Rýchlosť a zrýchlenie bodov alebo telies v JM a VM určíme tak ako v OM.

Príklad 4.24:

Zostavte maticovú rovnicu vzájomnej polohy členov univerzálneho kĺbu podľa obr. 4.36a.



Obr. 4.36
Kinematická schéma mechanizmu univerzálneho kĺbu

$\varphi_{12,0} = 0$ $\quad q_{23,0} = h_1$

$\varphi_{23,0} = \alpha_1$

$q_{34,0} = 0$ $\quad \varphi_{34,0} =$

$q_{14,0} = 0$

$\varphi_{14,0} =$

Riešenie:

Keďže ide o JM, použijeme metódu symetrického rezu členom 4. Podľa (4.30)

$$\mathcal{T}_{12}\ \mathcal{T}_{23}\ \mathcal{T}_{34} = \mathcal{T}_{14} \tag{4.86a}$$

kde

$$\mathcal{T}_{12} = \mathcal{T}_{Z6}(\varphi_{12}) \tag{4.86b}$$

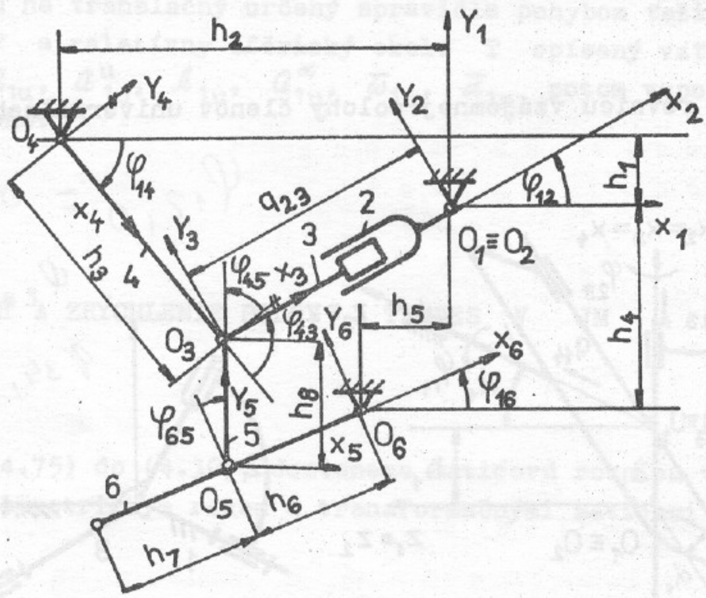
$$\mathcal{T}_{23} = \mathcal{T}_{Z1}(q_{23})\ \mathcal{T}_{Z4}(\varphi_{23}) \tag{4.86c}$$

$$\mathcal{T}_{34} = \mathcal{T}_{Z2}(q_{34})\ \mathcal{T}_{Z5}(\varphi_{34}) \tag{4.86d}$$

$$\mathcal{T}_{14} = \mathcal{T}_{Z1}(h_1)\ \mathcal{T}_{Z4}(\alpha_1)\ \mathcal{T}_{Z3}(q_{14})\ \mathcal{T}_{Z6}(\varphi_{14}) \tag{4.86e}$$

Príklad 4.25:

Zostavte maticové rovnice vzájomnej polohy členov manipulačného zariadenia na obr. 4.37, ako aj rovnicu polohy bodu M ∈ 6.



Obr. 4.37
Kinematická schéma mechanizmu na polohovanie podvozka

Riešenie:

Rovinný mechanizmus má k = 2 ZS, preto urobíme dva symetrické rezy:
a) rez členom 3 poskytne podľa (4.30) rovnicu

$$\mathcal{T}_{12}\ \mathcal{T}_{23} = \mathcal{T}_{14}\ \mathcal{T}_{43} \tag{4.87a}$$

kde

$$\mathcal{T}_{12} = \mathcal{T}_{Z6}(\varphi_{12}) \tag{4.87b}$$

$$\mathcal{T}_{23} = \mathcal{T}_{Z1}(-q_{23}) \tag{4.87c}$$

$$\mathcal{T}_{14} = \mathcal{T}_{Z2}(h_1)\ \mathcal{T}_{Z1}(-h_2)\ \mathcal{T}_{Z6}(-\varphi_{16}) \tag{4.87d}$$

b) rez členom 5 analogicky:

$$\mathcal{T}_{16}\ \mathcal{T}_{65} = \mathcal{T}_{14}\ \mathcal{T}_{45} \tag{4.87e}$$

kde

$$\mathcal{T}_{16} = \mathcal{T}_{Z2}(-h_4)\ \mathcal{T}_{Z1}(-h_5)\ \mathcal{T}_{Z6}(\varphi_{16}) \tag{4.87f}$$

$$\mathcal{T}_{65} = \mathcal{T}_{Z1}(-h_6)\ \mathcal{T}_{Z6}(-\varphi_{65}) \tag{4.87g}$$

z (4.87d): $\hat{\mathcal{T}}_{14}$

$$\mathcal{T}_{45} = \mathcal{T}_{Z1}(h_3)\ \mathcal{T}_{Z6}(\varphi_{45})\ \mathcal{T}_{Z2}(-h_8) \tag{4.87h}$$

Polohu bodu $M \in 6$ určíme z rovnice

$$r_{1M} = \mathcal{T}_{16}\ r_{6M} \tag{4.87ch}$$

kde

$$r_{6M} = \left[-(h_6+h_7,\ 0,\ 0,\ 1 \right] \tag{4.87i}$$

4.12 NUMERICKÁ KINEMATICKÁ ANALÝZA MECHANIZMOV

Sústavu nelineárnych rovníc polohy členov mechanizmu typu (4.31c), ktorú sme získali maticovou metódou symetrického rezu, budeme riešiť <u>modifikovanou Newtonovou iteračnou metódou</u>.

4.12.1 Numerické riešenie polohy členov JM

Ak sa v danom mechanizme vyskytujú spojenia triedy $t < 5$, utvoríme pridaním členov náhradný mechanizmus, ktorý bude mať všetky spojenia triedy $t = 5$, teda počet m_s podľa (4.73e) je zhodný s počtom s spojení podľa (1.16)

$$m_s = s \tag{4.88}$$

V rovnici (4.30) označíme transformačné matice len poradovými číslami členov:

$$\mathcal{T}_1(s_1)\ \ \mathcal{T}_2(s_2)\ \dots\ \mathcal{T}_k(s_k) = \mathcal{T}_{k+1}(s_{k+1})\ \dots\ \mathcal{T}_s(s_s) \tag{4.89}$$

Podľa (4.17g) zovšeobecníme:

$$\mathcal{T}_i(s_i) = C_i\ \ \mathcal{S}_i(s_i) \tag{4.90}$$

Rovnica (4.89) bude mať potom tvar

$$C_1\ \mathcal{S}_1(s_1)\ \dots\ C_k\ \mathcal{S}_k(s_k) = C_{k+1}\ \mathcal{S}_{k+1}(s_{k+1})\ \dots\ C_s\ \mathcal{S}_s(s_s) \tag{4.91}$$

Analogicky s postupom v článku 2.1 rozvinieme rovnicu (4.91) v okolí "bodu" $\bar{\mathcal{s}}_{(1)}$, pričom

$$\bar{\mathcal{s}}_{(1)} = \lceil s_1,\ s_2,\ \dots,\ s_s \rceil_{(1)} \tag{4.92}$$

je <u>vektor približných hodnôt súradníc polohy členov</u>:

$$(C_1\ \mathcal{S}_1\ \dots\ C_k\ \mathcal{S}_k)_{(r)} + \sum_{i=1}^{k} (C_1\ \mathcal{S}_1\ \dots\ C_i\ \mathcal{S}_i\ \mathcal{D}_Z^i\ \dots C_k\ \mathcal{S}_k)_{(r)}\ \Delta s_i =$$

$$= (C_{k+1}\ \mathcal{S}_{k+1}\ \dots\ C_s\ \mathcal{S}_s)_{(r)} + \sum_{i=k+1}^{s} (C_{k+1}\ \mathcal{S}_{k+1}\ \dots$$

$$\dots\ C_i\ \mathcal{S}_i\ \mathcal{D}_Z^i\ \dots\ C_s\ \mathcal{S}_s)_{(r)}\ \Delta s_i \tag{4.93}$$

kde $r = 1$ a s_i, $i = 1, 2, \dots, s$ sú prvky <u>vektora $\Delta\bar{\mathcal{s}}$ korekcií súradníc polohy</u>:

$$\Delta\bar{\mathcal{s}} = \lceil \Delta s_1,\ \dots,\ \Delta s_s \rceil \tag{4.94}$$

Keď rozdelíme súradnice na nezávislé q_{ni}, $i = 1, 2, \dots, n$ a závislé q_{zi}, $i = 1, 2, \dots, z$, potom môžeme rovnicu (4.93) prepísať do tvaru

$$\mathcal{M}_1\,\Delta q_{z1} + \dots + \mathcal{M}_z\,\Delta q_{zz} = \mathcal{N}_o + \mathcal{N}_1\,\Delta q_{n1} + \dots + \mathcal{N}_n\,\Delta q_{nn} \tag{4.95}$$

kde $\mathcal{M}_i$, $\mathcal{N}_i$ sú typy (4,4) a sú dané príslušnými súčinmi matíc v rovnici (4.93). Zo skalárnych rovníc, ktoré získame z (4.95), vyberieme analogicky s (4.31a) 6 nezávislých a dostaneme:

$$\mathcal{M}\,\Delta\bar{q}_z = \mathcal{N}_o + \mathcal{N}\,\Delta\bar{q}_n \tag{4.96}$$

Pre <u>vektor</u> $\Delta\bar{q}_n$ <u>korekcií daných nezávislých súradníc polohy</u> hnaných členov platí:

$$\Delta\bar{q}_n = \bar{0} \tag{4.97}$$

Potom z (4.96) získame rovnicu pre výpočet <u>vektora</u> $\Delta\bar{q}_z$ <u>korekcií závislých súradníc polohy</u>:

$$\mathcal{M}\Delta\bar{q}_z = \mathcal{N}_o \tag{4.98}$$

$\Rightarrow \mathcal{N}_n \Delta\varphi_{z(s)} = - f_{(x)}$

ktorá je analogická s rovnicou (2.7), teda $\mathcal{M}$ je Jakobián. Iteračný proces výpočtu vektora $\bar{q}_z$ závislých súradníc polohy hnaných členov:

$$\bar{q}_{z(r+1)} = \bar{q}_{z(r)} + \Delta\bar{q}_{z(r)} \tag{4.99}$$

končí, ak

$$\left| \Delta q_{zi(r)} \right| < x_{Ti} \tag{4.100}$$

kde x_{Ti}, $i = 1, 2, \ldots, z$ sú dané čísla.

4.12.2 N u m e r i c k é r i e š e n i e r ý c h l o s t í č l e n o v J M

Deriváciou rovnice (4.91) polohy dostaneme:

$$\sum_{i=1}^{k} C_1 \varrho_1 \ldots C_i \varrho_i \mathcal{D}_Z^i \ldots C_k \varrho_k \dot{s}_i = \sum_{i=k+1}^{s} C_{k+1} \varrho_{k+1} \ldots$$

$$\ldots C_i \varrho_i \mathcal{D}_Z^i \ldots C_s \varrho_s \dot{s}_i \tag{4.101a}$$

a po rozdelení rýchlostí $\dot{s}_i$ prepíšeme rovnicu do tvaru

$$\mathcal{M}_1 \dot{q}_{z1} + \ldots + \mathcal{M}_z \dot{q}_{zz} = \mathcal{N}_1 \dot{q}_{n1} + \ldots + \mathcal{N}_n \dot{q}_{nn} \tag{4.101b}$$

Opäť vyberieme 6 nezávislých skalárnych rovníc a dostaneme rovnicu pre výpočet vektora $\dot{\bar{q}}_z$:

$$\mathcal{M}\dot{\bar{q}}_z = \mathcal{N}\dot{\bar{q}}_n \tag{4.102}$$

aritmetické vektory rýchlostí

Vo zvolených okamihoch t_j vypočítame $\bar{q}_{nj}$ aj $\dot{\bar{q}}_{nj}$ a z rovnice (4.99) $\bar{q}_{zj}$. Po dosadení do (4.102) vypočítame $\dot{\bar{q}}_z$.

4.12.3 Numerické riešenie zrýchlení členov JM

Deriváciou rovnice (4.102) dostaneme rovnicu pre numerický výpočet vektora zrýchlenia $\ddot{\bar{q}}_z$:

$$\mathcal{M}\ddot{\bar{q}}_z + \mathcal{K}\dot{\bar{q}}_z = \mathcal{N}\ddot{\bar{q}}_n + \mathcal{L}\dot{\bar{q}}_n \tag{4.103}$$

kde

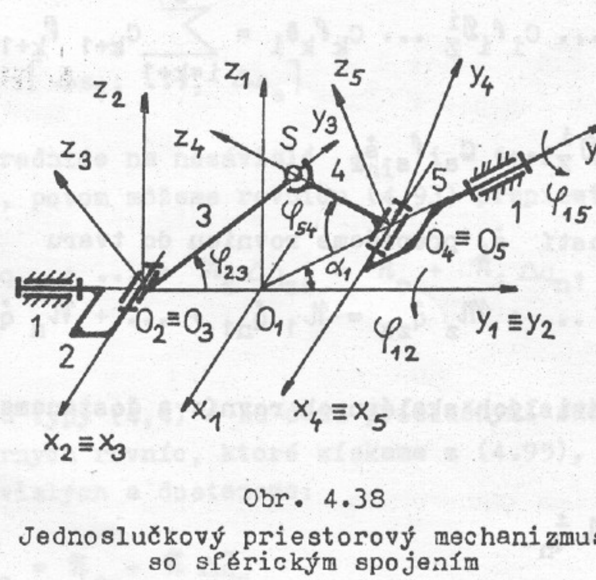
$$\mathcal{K} = \sum_{\beta=1}^{z} \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial q_z}\dot{q}_z + \sum_{\alpha=1}^{n} \frac{\partial \mathcal{M}}{\partial q_n}\dot{q}_n \tag{4.104}$$

$$\mathcal{L} = \sum_{\beta=1}^{z} \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial q_z}\dot{q}_z + \sum_{\alpha=1}^{n} \frac{\partial \mathcal{N}}{\partial q_n}\dot{q}_n \tag{4.105}$$

Po dosadení veličín $\bar{q}_{nj}$, $\dot{\bar{q}}_{nj}$, $\ddot{\bar{q}}_{nj}$, $\bar{q}_{zj}$, $\dot{\bar{q}}_{zj}$ vypočítame z (4.103) $\ddot{\bar{q}}_z$.

<u>Príklad 4.26:</u>

Zostavte rovnicu pre numerické riešenie polohy členov mechanizmu podľa obr. 4.38.



Obr. 4.38

Jednoslučkový priestorový mechanizmus so sférickým spojením

Riešenie:

Ak nepotrebujeme poznať relatívny pohyb členov v S spojení, použijeme metódu nesymetrického rezu a zostavíme podľa (4.33) rovnicu polohy:

$$\mathcal{T}_{12}\,\mathcal{T}_{23}\,\mathscr{k}_{3s} = \mathcal{T}_{15}\,\mathcal{T}_{54}\,\mathscr{k}_{4s} \qquad (4.106)$$

z ktorej určíme závislé súradnice polohy hnaných členov:

$$\varphi_{23} = f_1(\varphi_{12}) \ , \qquad \varphi_{54} = f_2(\varphi_{12}) \ , \qquad \varphi_{15} = f_3(\varphi_{12})$$

pre vstupný hnací člen 2. Podľa (4.98) rovnica pre výpočet vektora $\Delta\bar{q}_z = \lceil \Delta\varphi_{23}, \Delta\varphi_{54}, \Delta\varphi_{15} \rceil$ má tvar

$$\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\varphi_{23} \\ \Delta\varphi_{54} \\ \Delta\varphi_{15} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ b_3 \end{bmatrix} \qquad (4.107)$$

pričom prvky a_{rs}, b_r získame podľa postupu v článku 4.12.1.

4.13 MATICOVÁ METÓDA URČENIA SKUTOČNEJ POHYBLIVOSTI SVT

Označme $h_{\mathcal{M}}$ hodnosť matice $\mathcal{M}$ z rovnice (4.102): $\mathcal{M}\dot{\bar{q}}_z = \mathcal{N}\dot{\bar{q}}_n$, pričom rozmer matíc $\mathcal{M}$, resp. $\mathcal{N}$ mechanizmu s počtom k ZS a pohyblivosťou $n = n_G$ je (z,z), resp. (z,n), kde podľa (1.55e) $z = n_v\,k$. Ak

$$h_{\mathcal{M}} = z \qquad (4.108)$$

potom $n^s = n$. Označme $\mathcal{R}$ rozšírenú maticu:

$$\mathcal{R} = [\mathcal{M}, \mathcal{N}] \qquad (4.109)$$

ktorá má hodnosť h_r. Ak

$$h_{\mathcal{M}} = h_r < z \ . \qquad (4.110)$$

potom je

$$h_{m} \equiv h_r = n_n = 6k - m_n \tag{4.111}$$

kde n_n je počet neodobratých stupňov voľnosti pohybu a podľa (1.8) bude skutočná pohyblivosť

$$n^s = n + n_n \tag{4.112}$$

Ak platí (4.110) len v určitej polohe členov, je SVT <u>v okamžitom singulárnom stave</u>. Ak platí (4.110) v celom rozsahu pohybu členov, <u>SVT je v permanentnom singulárnom stave</u>.

Pre SVT s pohyblivosťou $n \leq 0$ je matica $\mathcal{N} = \mathcal{O}$ a n^s určíme podľa hodnosti h matice $\mathcal{M}$ zo vzťahov (4.111), (4.112).

<u>Príklad 4.27:</u>

Vypočítajte n^s mechanizmu na obr. 3.19d.

Riešenie:

Podľa príkladu č. 3.15 je $n \equiv n_G = -3$, matica $\mathcal{N} = \mathcal{O}$, matica $\mathcal{M}$ je typu (6,3) a má hodnosť $h = 4$, potom podľa (4.111), (4.112) je $n^s = 1$.