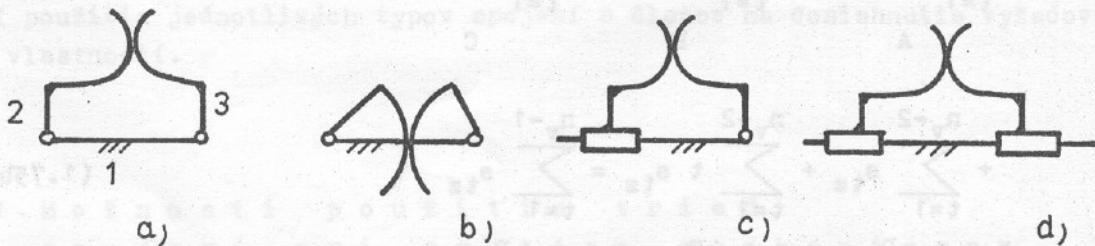


Príklad 1.7:

Nakreslite kinematické schémy mechanizmov, ktoré vyplývajú z rovnice (1.76) pre  $n = 1$ ,  $s_{1z} = 1$ .

Riešenie:

Z rovnice (1.76) dostaneme  $s_z = 3 = u_z$  a  $s_{2z} = 2$ . Na obr. 1.12abcd sú alternatívne možnosti realizácie mechanizmov, ktoré splňajú stanovené požiadavky.



Obr. 1.12

- a) Mechanizmus RKR (rotačné, preklzujujúce, rotačné spojenie)
- b) Mechanizmus RVR (rotačné, valivé, rotačné spojenie)
- c) Mechanizmus PKR (posuvné, preklzujujúce, rotačné spojenie)
- d) Mechanizmus PKP (posuvné, preklzujujúce, posuvné spojenie)

Dalej dokážeme, že počet spojení  $s_z$  v ZR a počet spojení vo viacslučkovom mechanizme súvisí podľa vzťahu (1.77), v ktorom označíme príslušný člen písmenom F:

$$s = s_z + n_v (k - 1) + \sum_{t=1}^{n_v-2} \underbrace{(n_v - 1 - t)}_F (s_{tz} - s_t) \quad (1.77)$$

Zo vzťahu (1.30) je

$$u - 1 = s - k \quad (1.78a)$$

potom po dosadení do (1.52) je pre  $n_G = n$ :

$$n = n_v (s - k) - \sum_{t=1}^{n_v-1} t s_t \quad (1.78b)$$

Porovnaním (1.78b) so vzťahom (1.74) a úpravou je (označíme členy E)

$$n_v s = s_z + n_v(k-1) + \sum_{t=1}^{n_v-2} (n_v-1-t)s_{tz} + \underbrace{\sum_{t=1}^{n_v-1} t s_t}_{E} \quad (1.78c)$$

Kedžže môžeme rozpísat výrazy:

$$\sum_{t=1}^{n_v-1} t s_t = \sum_{t=1}^{n_v-2} t s_t + (n_v-1) s_{(n_v-1)} \quad (1.78d)$$

$$s = \sum_{t=1}^{n_v-2} s_t + s_{(n_v-1)} \quad (1.78e)$$

potom

$$E = \sum_{t=1}^{n_v-2} (n_v - 1 - t) s_{tz} + \sum_{t=1}^{n_v-2} t s_t + (n_v - 1) s_{(n_v-1)} \quad A \quad B \quad C$$

a po rozpísaní

$$F = \sum_{t=1}^{n_v-2} (n_v - 1 - t) s_{tz} - \sum_{t=1}^{n_v-2} n_v s_t + \underbrace{\sum_{t=1}^{n_v-2} s_t}_{D} + \sum_{t=1}^{n_v-2} t s_t \quad (1.78g)$$

Z predošlého vyplýva, že

$$E = F - D + C \quad (1.78h)$$

Po dosadení a rozpísaní je

$$E = F + n_v \sum_{t=1}^{n_v-2} s_t - \sum_{t=1}^{n_v-2} s_t + n_v s_{(n_v-1)} - s_{(n_v-1)} \quad (1.78i)$$

a úpravou

$$E = F + n_v \sum_{t=1}^{n_v-2} s_t - \sum_{t=1}^{n_v-2} s_t + n_v s_{(n_v-1)} - \sum_{t=1}^{n_v-2} s_t + s_{(n_v-1)} \quad (1.78j)$$

vzhľadom na (1.78e) je teda

$$E = F + n_v s - s \quad (1.78k)$$

a po dosadení (1.78k) do (1.78c) dostaneme vzťah (1.77). Z rovnice (1.77) pre  $n_v = 3$  je  $t = 1$  a výraz  $F = 0$  pre  $s_{tz} - s_t = 0$ , teda bud  $s_1 = s_{1z} \equiv 0$  alebo  $s_1 = s_{1z}$ , potom

$$s = s_z + n_v (k - 1) \quad (1.79)$$

Zo vzťahu (1.30) je

$$u = s - (k - 1) \quad (1.80)$$

po dosadení (1.79) do (1.80) dostaneme:

$$u = u_z + (n_v - 1) (k - 1) \quad (1.81)$$

lebo v UR je  $s_z = u_z$ .

### 1.5.2 Metóda transformačnej reťaze (TR)

Podľa Millera [19] v mechanizme transformuje daný pohyb vstupného hnacieho člena  $a$  s pohyblivosťou  $n_a$  na požadovaný pohyb výstupného hnaneho člena  $b$  s pohyblivosťou  $n_b$  transformačná reťaz (TR)  $c$  s pohyblivosťou  $n_c$  voči rámu  $r$ . Transformačnú reťaz môže tvoriť niekol'ko členov, jeden alebo len elementy jedného spojenia telies  $a, b, c$ , pričom transformačná reťaz je jedinou neznámou časťou štruktúry mechanizmu, ktorý má pohyblivosť  $n$ :

$$n = n_a + n_b + n_c \quad (1.82)$$

Podľa požiadaviek na mechanizmus určíme vlastnosti transformačnej reťaze aj celého mechanizmu.

#### Príklad 1.8:

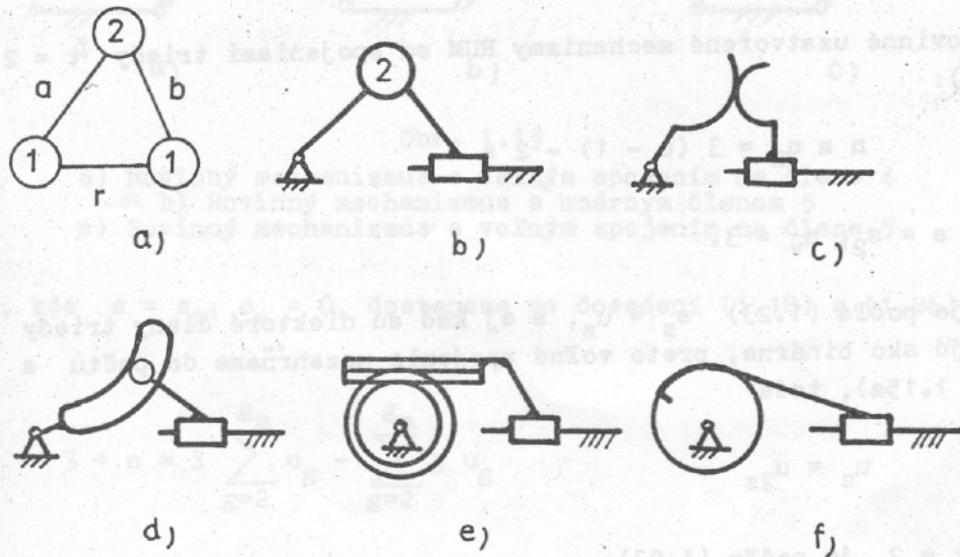
Nech má rovinny uzavorený mechanizmus:

$n = 1, n_a = 1, n_b = 1$  spojenie R medzi telami r, a, spojenie P medzi telami r, b, počet členov  $u_R$  TR nech  $u_R \leq 1$ .

Z požiadaviek vyplýva  $n_v = 3$ , podľa (1.82)  $n_c = -1$ , potom pre

a)  $u_R = 0$  transformačnú reťaz tvoria elementy spojenia telies a, b, teda počet členov u mechanizmu  $u \equiv u_z = 3, k = 1$  a podľa (1.76) je  $s_{1z} = 1$ , teda  $s_2 \equiv s_{2z} = 2$ , obr. 1.13a.

Varianty použitia vyhovujúcich typov spojení podľa štruktúrnej schémy z obr. 1.13a, v ktorej sú vyznačené pohyblivosti  $n_t$  telies v spojeniach, uvádzame na obr. 1.13c,f,e,f.



Obr. 1.13

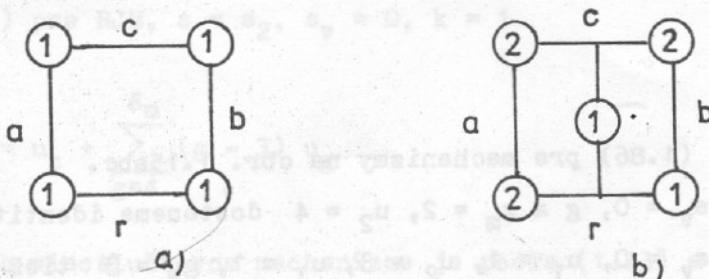
- a) Štruktúrna schéma rovinného mechanizmu s dvoma nižšími spojeniami a jedným vyšším spojením
- b) Kinematická schéma mechanizmu s rotačným, vyšším a posuvným spojením
- c) Mechanizmus RKP (rotačné, preklizujúce, posuvné spojenie)
- d) Mechanizmus RKP (valec s bilaterálnou väzbou)
- e) Mechanizmus RKP (preklizujúce boky zubov)
- f) Mechanizmus RVP (valivé spojenie ohybného člena)

b)  $u_R = 1$ , potom  $n = 4$

b<sub>1</sub>) pre  $k = 1$  je  $s_z \equiv u_z = 4$  a podľa (1.76) je  $s_{1z} = 0$ , teda  $s_{2z} = 4$ , obr. 1.14a

b<sub>2</sub>) pre  $k = 2$  obr. 1.14b je  $s_z = 3$ ,  $s = 5$  a zo vzťahu (1.77) dostaneme:  $s_1 = s_{1z} + 1$

kde  $s_{1z}$  podľa príkladu 1.8a  $s_{1z} = 1$ , teda  $s_1 = 2$ .



Obr. 1.14

- a) Štruktúrna schéma jednoslučkového rovinného mechanizmu so štyrmi nižšími spojeniami
- b) Štruktúrna schéma dvojslučkového rovinného mechanizmu stromu nižšími a dvoma vyššími spojeniami

### 1.5.3 Možnosti použitia tried členov pri syntéze mechanizmov

Pre rovinné uzavorené mechanizmy RUM so spojeniami triedy  $t = 2$  je podľa (1.52):

$$n \equiv n_G = 3(u - 1) - 2s \quad (1.83)$$

lebo  $s = s_v$ ,  $n_v = 3$ .

V JM je podľa (1.23)  $s_z = u_z$ , a aj keď sú niektoré členy triedy  $g > 2$ , fungujú ako binárne, preto volné spojenia nezahrňame do počtu  $s$  spojení (obr. 1.15a), teda

$$u_z = u_{2z} \quad (1.84)$$

Pre  $g = 2$  je podľa (1.83):

$$2s = g u_g \quad (1.85a)$$

Pre rovinné kombinované mechanizmy vzťah (1.85a) zovšeobecníme:

$$2s_c = s_v + \sum_{g=1}^{g_m} g u_g \quad (1.85b)$$

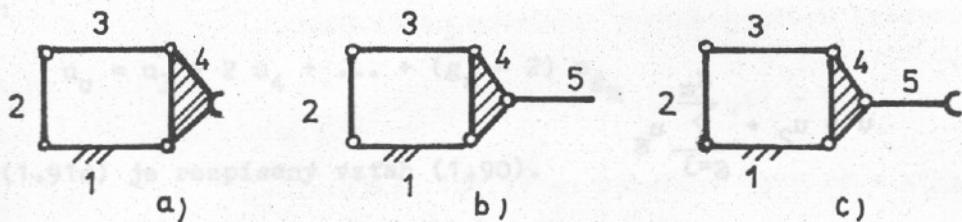
a vzhľadom na (1.17) je

$$2s + s_v = \sum_{g=1}^{g_m} g u_g \quad (1.86)$$

#### Príklad 1.9:

Aplikujte vzťah (1.86) pre mechanizmy na obr. 1.15abc.

- Pre  $s = 4$ ,  $s_v = 0$ ,  $g \equiv g_m = 2$ ,  $u_2 = 4$  dostaneme identitu.
- Pre  $s = 5$ ,  $s_v = 0$ ,  $u_1 = 1$ ,  $u_2 = 3$ ,  $u_3 = 1$ ,  $g_m = 3$  tiež získame identitu.
- Pre  $s = 5$ ,  $s_v = 1$ ,  $u_2 = 4$ ,  $u_3 = 1$ ,  $g_m = 3$  opäť dostaneme identitu.



Obr. 1.15

- a) Rovinný mechanizmus s volným spojením na člene 4
- b) Rovinný mechanizmus s unárnym členom 5
- c) Rovinný mechanizmus s volným spojením na člene 5

Pre RUM, kde  $s = s_2$ ,  $s_v = 0$ , dostaneme po dosadení (1.18) a (1.86) do (1.83):

$$3 + n = 3 \sum_{g=2}^{g_m} u_g - \sum_{g=2}^{g_m} g u_g \quad (1.87a)$$

rozpišeme:

$$\begin{aligned} 3 + n &= 3 u_2 + 3 u_3 + \dots + 3 u_{g_m} - 2 u_2 - 3 u_3 - \\ &\quad - \dots - g_m u_{g_m} \end{aligned} \quad (1.87b)$$

upravíme:

$$3 + n = u_2 - \sum_{g=4}^{g_m} (g - 3) u_g \quad (1.87c)$$

Podľa (1.76) pre  $s_1 = 0$ ,  $k = 1$  je

$$3 + n = s_z \equiv u_z \quad (1.87d)$$

potom z (1.87c) pre RJM,  $s = s_2$ ,  $s_v = 0$ ,  $k = 1$

$$u_2 = u_z + \sum_{g=4}^{g_m} (g - 3) u_g \quad (1.88)$$

Počet členov vo viacslužkovom mechanizme je podľa (1.23) a (1.24):

$$u = u_z + u_o \quad (1.89a)$$

Kedžže

$$u = u_2 + \sum_{g=3}^{g_m} u_g \quad (1.89b)$$

Do (1.89b) dosadíme (1.88):

$$u = u_z + \sum_{g=4}^{g_m} (g-3) u_g + \sum_{g=3}^{g_m} u_g \quad (1.89c)$$

porovnaním s rovnicou (1.89a) je

$$u_0 = \sum_{g=4}^{g_m} (g-3) u_g + \sum_{g=3}^{g_m} u_g \quad (1.89d)$$

Rozpišeme člen:

$$\sum_{g=4}^{g_m} (g-3) u_g = \sum_{g=3}^{g_m} (g-2) u_g - \sum_{g=3}^{g_m} u_g \quad (1.89e)$$

Po dosadení (1.89e) do (1.89d) je

$$u_0 = \sum_{g=3}^{g_m} (g-2) u_g \quad (1.90)$$

Dokážeme, že platí:

$$u_0 = 2(s-u) \quad (1.91a)$$

dosadíme podľa (1.86), (1.18)

$$u_0 = \sum_{g=2}^{g_m} g u_g - 2 \sum_{g=2}^{g_m} u_g \quad (1.91b)$$

rozpišeme členy:

$$u_0 = 2 u_2 + 3 u_3 + \dots + \dots + g_m u_{g_m} - 2 u_2 - 2 u_3 - \dots - 2 u_{g_m} \quad (1.91c)$$

sčítame:

$$u_0 = u_3 + 2 u_4 + \dots + (g_m - 2) u_{g_m} \quad (1.91d)$$

pričom (1.91d) je rozpisany vzťah (1.90).

Podľa (1.30):

$$s - u = k - 1 \quad (1.91e)$$

po dosadení (1.91e) do (1.91a) je počet členov:

$$u_0 = 2 (k - 1) \quad (1.92)$$

Z geometrických vlastností štruktúr UM pre počet  $k$  vyplýva výskyt členov (modulov) s najvyššou triedou  $g_m$  (tab. 1.9).

Tabuľka 1.9

Počet ZS	Max. trieda člena	Štruktúra VM
$k = 1$	$g_m = 2$	$\square$
$k = 2$	$g_m = 3$	$\begin{array}{ c }\hline \square \\ \hline \square \\ \hline \end{array}$
$k = 3$	$g_m = 4$	$\begin{array}{ c c }\hline \square & \square \\ \hline \end{array}$

teda

$$g_m = k + 1 \quad (1.93)$$

potom vzhľadom na (1.92) a (1.93) dostaneme z (1.90) invariantnú (nezávislú od pohyblivosti) modulárnu rovnicu

$$2 (k - 1) = \sum_{g=3}^{k+1} (g - 2) u_g \quad (1.94)$$

Z rovnice (1.93)

$$2 + (k - 1) = g_m \quad (1.95a)$$

Po vynásobení dvoma a úprave vzhľadom na (1.92):

$$u_0 = 2 (g_m - 2) \quad (1.95b)$$

porovnaním s (1.91d) vzhľadom na (1.90) dostaneme:

Do (1.95b) dosadíme (1.90):

$$\sum_{g=3}^{g_m} (g - 2) u_g = (g_m - 2) 2 \quad (1.95c)$$

teda pre  $g_m = 3$  môže byť (ale nemusí) v UM, ktorý má podľa (1.93)  $k = 2$  maximálna počet  $u_{g_{mm}}$  členov triedy  $g_m$ :

$$u_{g_{mm}} = 2 \quad (1.95d)$$

Vzťah (1.95d) zovšeobecníme pre  $g_m \geq 3$  v uzavretom mechanizme  $k > 1$ :

$$u_{g_{mm}} (g_m - 2) = 2 (k - 1) \quad (1.96)$$

Počet  $u_z$  binárnych členov v UM vyplýva zo vzťahu (1.87c) a (1.89d)

$$u_z = 3 + n + u_0 - \sum_{g=3}^{g_m} u_g \quad (1.97)$$

Po dosadení (1.92) a (1.93):

$$u_z = 3 + n + 2 (k - 1) - \sum_{g=3}^{u+1} u_g \quad (1.98)$$

Teda počet binárnych členov v UM závisí aj od pohyblivosti  $n$  UM.

### Príklad 1.10:

Vypočítajte počet  $u_2$  binárnych členov (triedy  $g = 2$ ) v RUM so spojeniami  $s = s_2$  a počtom a)  $k = 1$ , b)  $k = 2$ , c)  $k = 3$ , d)  $k = 4$  základných slučiek.

Riešenie:

Podľa (1.98) je pre:

- a)  $k = 1 \quad u_2 = 3 + n$   
 b)  $k = 2 \quad u_2 = 5 + n - u_3$   
 c)  $k = 3 \quad u_2 = 7 + n - u_3 - u_4$   
 d)  $k = 4 \quad u_2 = 9 + n - u_3 - u_4 - u_5$

Príklad 1.11:

Vypočítajte maximálny možný počet  $u_{g_m}$  členov triedy  $g_m \geq 3$ : a)  $g_m = 3$ ,  
 b)  $g_m = 4$ , c)  $g_m = 5$ , v RUM, ktoré majú počet  $k = 2, 3, 4$  základných slučiek.

Riešenie:

Podľa (1.96) zostavíme tab. 1.10:

Tabuľka 1.10

$k$	$g_m = 3$ $u_{3m} = 2(k - 1)$	$g_m = 4$ $u_{4m} = k - 1$	$g_m = 5$ $u_{5m} = \frac{2}{3}(k - 1)$
2	2	0	0
3	4	2	0
4	6	3	2

Príklad 1.12:

Vypočítajte všetky možnosti výskytu počtu členov  $u_g$  tried  $g = 3, 4, 5$  v RUM s počtom  $k = 2, 3, 4$ .

Riešenie:

Vyžadované možnosti výskytu členov vypočítame z invariantnej modulárnej rovnice (1.94) a zostavíme tab. 1.11:

Tabuľka 1.11

$k$	$u_3$	$u_4$	$u_5$
2	2	0	0
3	4	0	0
	2	1	0
	0	2	0
4	6	0	0
	4	1	0
	3	0	1
	2	2	0
	1	1	1
	0	3	0
	0	0	2

#### 1.5.4 Modulárna syntéza RUM

Modulárny element RUM je člen (účastník) RUM triedy  $g$ , ktorý v inverznom grafe štruktúry RUM znázorňujeme ako uzol a jeho možnosti pripojenia k ostatným uzlom vyjadrujú strany (čiarky) reprezentujúce spojenia v RUM. Modulárnymi elementmi RUM sú aj Assurove grupy  $g_a$  triedy a (tab. 1.12), ktoré majú počet a spojení so susednými členmi. Z Assurových grúp  $g_a$  môžeme logickým súčtom inverznych grafov vytvoriť UR (s pohyblivosťou  $n = 4$ ) príslušnú UM (s pohyblivosťou  $n = 1$ ).

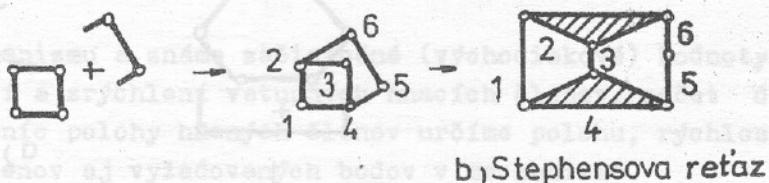
Tabuľka 1.12

Trieda a	Názov $g_a$	Štrukturálna schéma	Inverzny graf
2	binárna		
3	ternárna		

Príklady modulárnej syntézy pre triedu a = 2 sú na obr. 1.16

$$g_2 + g_2 = 2g_2$$

$2g_2 + g_2 = 3g_2 \quad a, \text{ Wattova retaz}$



Obr. 1.16

- a) Modulárna syntéza Wattovej retaze  
b) Modulárna syntéza Stephensonovej retaze

Príklad 1.13:

Modulárnou syntézou vytvorte štruktúru RUM so spojeniami  $s = s_2$  a pohyblivosťou  $n = 3$  a hnacími členmi viazanými na rám.

Riešenie:

Z požiadaviek vyplýva, že v štruktúre RUM bude  $g_m = 3$ , potom zo vzťahu (1.93)  $k = 2$ . Z invariantnej modulárnej rovnice (1.94) alebo priamo z tab. 1.11 a tab. 1.10 vyplýva  $u_3 \equiv u_{3m} = 2$ .

Zo vzťahu (1.98) sme v príklade č. 1.10b určili počet  $u_2$  binárnych členov, ktorý pre  $k = 2$ ,  $n = 3$  a  $u_3 = 2$  bude  $u_2 = 6$ .

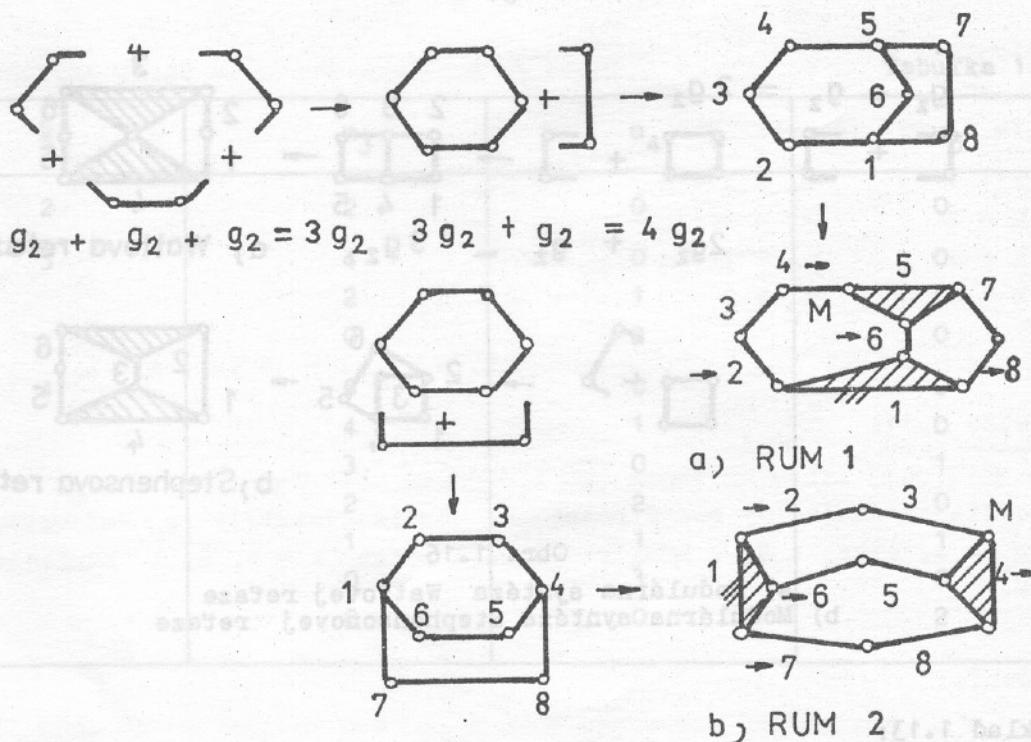
Podľa (1.18)  $u = u_2 + u_3$

po dosadení  $u = 8$

teda v štruktúre RUM bude  $u = 8$  členov a v inverznom grafu  $u = 8$  uzlov.

Podľa (1.87d) bude v základnej uzavorenenej retazi, kde  $k = 1$  počet  $s_z \equiv u_z = 6$ , teda ZUR inverzného grafu bude mať  $u_z = 6$  uzlov.

ZUR vytvoríme z troch Assurových grúp  $g_a$  triedy  $a = 2$ , ku ktorým pripojíme ďalší modul  $g_2$  na potrebných  $u = 8$  uzlov (obr. 1.17a,b).



Obr. 1.17

- a) Modulárna syntéza rovinného uzavoreného mechanizmu č. 1  
 b) Modulárna syntéza rovinného uzavoreného mechanizmu č. 2

Modulárnu syntézou získame RUM 1, RUM 2. Vypočítajme a porovnajme pohyblivosť UM zodpovedajúcim všetkým ZS:

a) RUM 1:	$k_1: 123456$	$n_{k1} = 3$
	$k_2: 16578$	$n_{k2} = 2$
b) RUM 2:	$k_1: 123456$	$n_{k1} = 3$
	$k_2: 165487$	$n_{k2} = 3$

Mechanizmus RUM 1 so vstupnými (hnacími) členmi 2, 6, 8 a výstupným (hnanným) pracovným členom 4 je vhodnejší pre riadenie ako RUM 2, lebo má slučku s najmenšou pohyblivosťou (RUM 1;  $n_{k2} = 2$ ).