Analogicky, ako sme mali pre polohu bodu a polohu telesa v spojení, počet nezávislých súradníc polohy členov v mechanizme sa rovná pohyblivosti n_G vstupných (hnacích) členov mechanizmu (skrátene pohyblivosti mechanizmu).

Príklad 1.4:

Vypočítajte pohyblivosť n_G

a) OM z obr. 1.2
b) JM z obr. 1.10a

a po znehybnení člena 1 aj

c) VM z obr. 1.5a
d) KM z obr. 1.5b.

Vyznačte možné vstupné hnacie členy.

Riešenie:

Na výpočet pohyblivosti n_G použijeme vzťah (1.52)

a) $n_v = 6$, $u = 7$, $t = 5$, $v = 2$, $s_{52} = 6$ (podľa príkladu 1.2), $s_5 = 6$, $n_6 = 6$.
Všetky členy sú hnacie.

b) $n_v = 3$, $u = 4$, $t = 2$, $v = 2$, $s_{22} = 4$ (R), $s_2 = 4$, $n_6 = 1$.
Teoreticky môže byť hnacím členom jeden z 2, 3, 4, ale z hľadiska funkcie je vhodný člen 2.

c) $n_v = 3$, $u = 6$, $t = 2$, $v = 2$, $s_{22} = 4$ (R) + 3 (P) = 7, $s_2 = 7$, $n_6 = 1$.
Podľa poslania mechanizmu je z členov 2, 3, 4, 5, 6 vhodný ako hnací člen 2.

d) $n_v = 3$, $u = 6$, $t = 2$, $v = 2$, $s_{22} = 6$ (R), $s_2 = 6$, $n_6 = 3$.
Vo VM to môže byť jeden z 2, 3, 4 a v OM 3 5 6 členy 5, 6.

Keďže po vstupe telesa do spojenia triedy t potrebujeme na určenie jeho polohy podľa (1.12) $n_t = n_v - t$ lokálnych súradníc polohy, na určenie vzájomnej polohy všetkých členov mechanizmu potrebujeme celkový počet

$$c = \sum_{t=1}^{n_v-1} n_t \, s_t \tag{1.54}$$

lokálnych súradníc polohy.

Z celkového počtu c lokálnych súradníc polohy členov v korektnom mechanizme je podľa (1.4) $z = c - n$ počet z závislých. Po dosadení za c (1.54) a $n = n_G$ (1.52) je

$$z = \sum_{t=1}^{n_v-1} n_t s_t - n_v (u - 1) + \sum_{t=1}^{n_v-1} t s_t \qquad (1.55a)$$

Dosadíme za n_t (1.12) a upravíme:

$$z = \sum_{t=1}^{n_v-1} (n_v - t) s_t - n_v (u - 1) + \sum_{t=1}^{n_v-1} t s_t \qquad (1.55b)$$

$$z = n_v \sum_{t=1}^{n_v-1} s_t - \sum_{t=1}^{n_v-1} t s_t - n_v u + n_v + \sum_{t=1}^{n_v-1} t s_t \qquad (1.55c)$$

a vzhľadom na (1.16):

$$z = n_v (s - u + 1) \qquad (1.55d)$$

a konečne podľa (1.30) <u>počet závislých lokálnych súradníc polohy výstupných (hnaných) členov v korektnom mechanizme je</u>

$$z = n_v k \qquad (1.55e)$$

kde k je počet ZS v SVT.

<u>Príklad 1.5:</u>

Vypočítajte počet z závislých lokálnych súradníc polohy pre mechanizmy

a) na obr. 1.2b

b) na obr. 1.10a

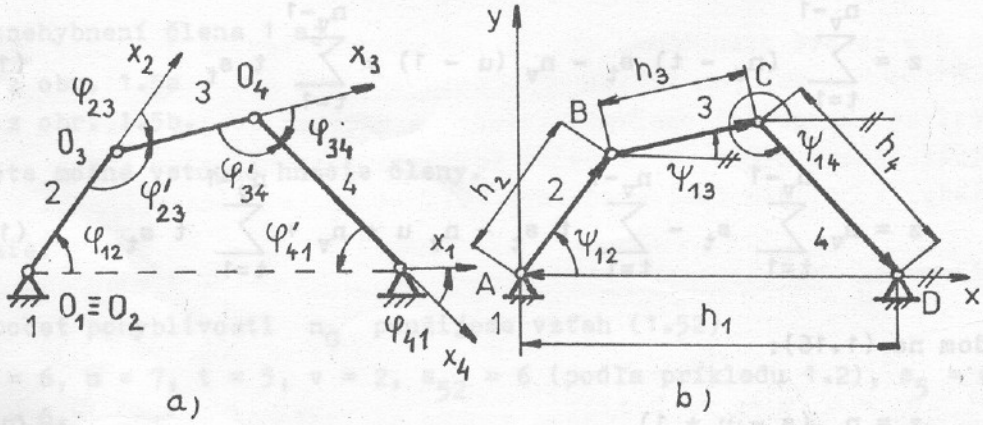
a vyznačte ich.

Riešenie:

a) Podľa príkladu 1.2 $s = 6$, podľa (1.30) $k = 0$, teda podľa (1.55) $z = 0$, čo je v súlade s príkladom 1.4, teda všetky členy sú hnacie.

b) Podľa príkladu 1.4b $s = s_2 = 4$, $u = 4$, podľa (1.30) $k = 1$, $n_v = 3$, teda podľa (1.55e) je $z = 3$. Keďže sme za hnací člen vybrali člen 2 a všetky spojenia sú rotačné, podľa tab. 1,5 určíme vzájomnú polohu telies lokálnymi súradnicami:

$$q_1 \equiv q_{n1} = \varphi_{12}$$
$$q_2 \equiv q_{z1} = \varphi_{23}$$
$$q_3 \equiv q_{z2} = \varphi_{34}$$
$$q_4 \equiv q_{z3} = \varphi_{41}$$



Obr. 1.10

a) Lokálne súradnice polohy členov rovinného mechanizmu
b) Globálne súradnice polohy členov rovinného mechanizmu

1.4.2 Paulovo kritérium pohyblivosti mechanizmu s lokálnymi súradnicami polohy členov

$z = c - n$

Pohyblivosť rovinných mechanizmov, pre ktoré $n_v = 3$, môžeme vypočítať vzhľadom na (1.4) a (1.55e) podľa <u>Paulovho kritéria pohyblivosti mechanizmu s lokálnymi súradnicami polohy členov</u>:

$$n_p = c - 3k \equiv c - z \qquad (1.56)$$

kde c je celkový počet lokálnych súradníc polohy členov v korektnom mechanizme.

Polohu členov rovinného mechanizmu voči nepohyblivému vzťažnému telesu (rámu), ktorý reprezentuje nepohyblivý súradnicový systém $O(\bar{i},\bar{j},\bar{k})$, opíšeme globálnymi zovšeobecnenými súradnicami (skrátene globálnymi súradnicami).

Označme ψ_i globálne súradnice polohy členov rovinného mechanizmu (napr. na obr. 1.10b):

$$\psi_i \,, \qquad i = 1, 2, 3, \ldots, m \tag{1.57}$$

kde m je ich celkový počet.

Počet n_p nezávislých globálnych súradníc ψ_{ni} polohy vstupných (hnacích) členov sa rovná pohyblivosti n_p rovinného mechanizmu:

$$\psi_{ni} \,, \qquad i = 1, 2, 3, \ldots, n_p \tag{1.58}$$

V rovinnom mechanizme s nižšími spojeniami máme pre každú ZS jednu vektorovú rovnicu orientovaných strán $\bar{h}_i$ mnohouholníka - vektorovú slučkovú rovnicu polohy členov mechanizmu (obr. 1.10b):

$$\sum_{i=1}^{p_h} \bar{h}_i = \bar{0} \tag{1.59}$$

kde p_h je počet orientovaných strán mnohouholníka prislúchajúceho ZS.

Z vektorovej slučkovej rovnice (1.59) získame skalárnym násobením $\bar{i}$, $\bar{j}$ (premietnutím do osí x, y) dve skalárne slučkové rovnice polohy členov mechanizmu:

$$\sum_{i=1}^{p_h} h_i \cos \psi_{1i} = 0$$

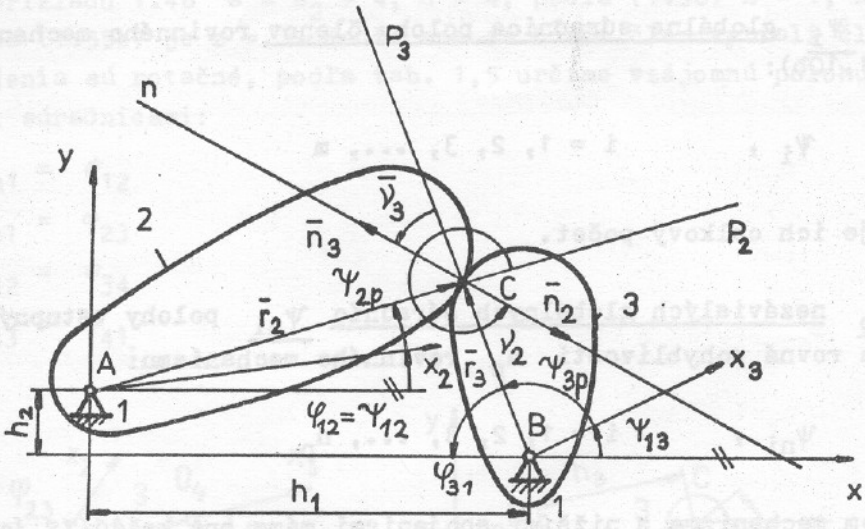
$$\sum_{i=1}^{p_h} h_i \sin \psi_{1i} = 0 \tag{1.60ab}$$

Teda pre rovinný mechanizmus s nižšími spojeniami s_2 triedy $t = 2$ a počtom k ZS to bude

$$d = 2\,k \tag{1.61}$$

explicitných skalárnych rovníc väzieb.

Nech bude v rovinnom mechanizme okrem nižších spojení jedno vyššie spojenie K, obr. 1.11.



Obr. 1.11
Rovinný mechanizmus s preklzujúcimi profilmi členov 2, 3

S profilmi známeho tvaru $r_2 = F_1(\psi_{2p})$, $r_3 = F_2(\psi_{3p})$ spojíme lokálne súradnicové osi x_2, x_3, ktoré zvierajú s osou x vzťažného (globálneho) súradnicového systému uhly $\psi_{12} = \sphericalangle(x,x_2)$, $\psi_{13} = \sphericalangle(x,x_3)$, pričom uhly $\psi_{2p} = \sphericalangle(x_2,p_2)$, $\psi_{3p} = \sphericalangle(x_3,p_3)$ a uhly $\gamma_2 = \sphericalangle(\bar{r}_2,\bar{n}_2)$, $\gamma_3 = \sphericalangle(\bar{r}_3,\bar{n}_3)$, kde $\bar{n}_2$, $\bar{n}_3$ sú vonkajšie normálové vektory profilov telies 2, 3.

Podľa [22]

$$\gamma_i = \arctan_2\left[-\sigma_i \frac{dF_i}{d\psi_i}, \sigma_i F_i\right] \qquad i = 2, 3 \tag{1.62}$$

kde

$$\sigma_i = \begin{cases} 1 \\ -1 \end{cases}, \text{ ak } \frac{d\psi_i}{ds} \begin{cases} \geq 0 \\ < 0 \end{cases}$$

s - oblúková súradnica polohy bodu C na profile, pričom uhol ψ prislúchajúci hodnotám (x,y) je

$$\psi = \arctan_2(y,x) \equiv \psi_1 \qquad \text{pre } x > 0$$

$$\psi = \psi_1 + \pi \operatorname{sgn}(y) \qquad \text{pre } x < 0$$

$$\psi = \frac{\pi}{2} \operatorname{sgn}(y) \qquad \text{pre } x = 0$$

$$\operatorname{sgn}(y) = \begin{cases} 1 & \text{pre } y \geq 0 \\ -1 & \text{pre } y < 0 \end{cases}$$

a

$$\frac{d}{dt} \arctan_2 (y,x) = \frac{d}{dt} \tan^{-1}\left(\frac{y}{x}\right)$$

Označme

$$\psi_{1n2} = \psi_{12} + \psi_{2p} + \nu_2$$

$$\psi_{1n3} = \psi_{13} + \psi_{3p} + \nu_3$$

Potom

$$\psi_{1n3} - \psi_{1n2} = \pi + b\,\pi \tag{1.63}$$

kde celé číslo b vyplýva zo začiatočného stavu vzájomnej polohy profilov.

Po dosadení do (1.63) získame základnú <u>prídavnú explicitnú väzobnú rovnicu</u> pre K spojenie

$$(\psi_{13} - \psi_{12}) + (\psi_{3p} - \psi_{2p}) + (\nu_3 - \nu_2) = \pi + b\pi \tag{1.64a}$$

k dvom skalárnym slučkovým rovniciam podľa (1.60ab) pre slučku ACBDA:

$$F_1(\psi_{2p})\cos(\psi_{12} + \psi_{2p}) - F_2(\psi_{3p})\cos(\psi_{13} + \psi_{3p}) - h_1 = 0 \tag{1.64b}$$

$$F_1(\psi_{2p})\sin(\psi_{12} + \psi_{2p}) - F_2(\psi_{3p})\sin(\psi_{13} + \psi_{3p}) - h_2 = 0 \tag{1.64c}$$

V rovniciach (1.64abc) pre dané ψ_{12} (vstupný, hnací člen) máme neznáme ψ_{13}, ψ_{3p}, ψ_{2p}, lebo ν_i je podľa (1.62) funkciou ψ_i, i = 1,2.

Teda v rovinnom mechanizme máme pre každé prekĺzajúce K a valivé V spojenie <u>jednu prídavnú explicitnú väzobnú rovnicu pre globálne súradnice</u> polohy podľa geometrického tvaru dotýkajúcich sa elementov spojenia, teda <u>celkový počet explicitných väzobných rovníc</u> bude

$$d = 2\,k + s_1 \tag{1.65}$$

čo je podľa (1.7) zároveň počet závislých globálnych súradníc ψ_{zi}:

$$\psi_{zi}\,, \qquad i = 1, 2, \ldots, d \tag{1.66}$$

1.4.3 Paulovo kritérium pohyblivosti mechanizmov s globálnymi súradnicami polohy členov

Pohyblivosť rovinných mechanizmov môžeme vypočítať aj podľa Paulovho kritéria s globálnymi súradnicami polohy členov mechanizmu:

$$n_p = m - 2\,k - s_1 \equiv m - d \tag{1.67}$$

v ktorom celkový počet m globálnych súradníc polohy členov korektného mechanizmu určíme pomocou celkového počtu c lokálnych súradníc polohy členov porovnaním so vzťahom (1.56)

$$m = c - k + s_1 \tag{1.68}$$

Paulovo kritérium (1.67) pre mechanizmus, v ktorom $s_1 = 0$, teda $s = s_2$ odvodíme z Grüblerovho kritéria (1.52):

$$n_G = 3\,(n - 1) - 2\,s \tag{1.69a}$$

$3n - 3 - 2s$

$2n + n - 2 - 1 - 2s$

Po úprave:

$$n_G = u - 1 - 2\,(s - u + 1) \tag{1.69b}$$

$n - 1 - 2(s - n + 1)$

teda vzhľadom na (1.30) je

$$n_G = u - 1 - 2\,k \tag{1.69c}$$

pohyblivosť podľa Grüblera

$n_G = n_p$

Zo vzťahu (1.67) pre $s_1 = 0$ je

$$n_p = m - 2\,k \tag{1.69d}$$

pohyblivosť podľa Paula

Porovnaním vzťahov (1.69c) a (1.69d) je celkový počet m globálnych súradníc polohy členov v mechanizme s nižšími spojeniami:

$$m = u - 1 \tag{1.70}$$

teda sa rovná počtu pohyblivých členov mechanizmu.

Príklad 1.6:

Vypočítajte pohyblivosť n_p mechanizmov z obr. 1.10ab a obr. 1.11 podľa Paulovho kritéria (1.56) a (1.67) a vyznačte súradnice polohy členov.

Riešenie:

a) Podľa príkladu 1.5b $s_2 = 4$, $k = 1$, zo vzťahu (1.12) $n_2 = 1$, potom podľa (1.54) $c = 4$, teda podľa (1.56) $n_p = 1$. Súradnice polohy členov sme vyznačili v príklade 1.5b.

b) Z príkladu 1.6a dosadíme do (1.68) za $c = 4$, teda $m = 3$, potom podľa (1.67) $n_p = 1$.

Globálne súradnice polohy členov sú (obr. 1.10b):

$\Psi_1 = \Psi_{n1} = \Psi_{12}$

$\Psi_2 = \Psi_{z1} = \Psi_{13}$

$\Psi_3 = \Psi_{z2} = \Psi_{14}$

c) Podľa (1.56) pre $c = 4$, $k = 1$ je $n_p = 1$.
Lokálne súradnice polohy členov mechanizmu z obr. 1.11:

$q_1 = q_{n1} = \varphi_{12}$

$q_2 = q_{z1} = \gamma_2$

$q_3 = q_{z2} = \gamma_3$

$q_4 = q_{z3} = \varphi_{31}$

d) Pre mechanizmus z obr. 1.11 u (1.67) pre $c = 4$, $k = 1$, $s_1 = 1$, $m = 4$ je $n_p = 1$ a globálne súradnice polohy členov:

$\Psi_1 = \Psi_{n1} = \Psi_{12}$

$\Psi_2 = \Psi_{z1} = \Psi_{2p}$

$\Psi_3 = \Psi_{z2} = \Psi_{3p}$

$\Psi_4 = \Psi_{z3} = \Psi_{13}$

1.5 SYNTÉZA ŠTRUKTÚR SVT

Na rozdiel od prepracovaných metód kinematickej a dynamickej analýzy mechanizmov pri návrhu štruktúry, ktorá je rozhodujúca pre ich vlastnosti, postupujeme obyčajne intuitívne, pričom využívame a prispôsobujeme známe koncepcie.

Takouto tvorbou štruktúry mechanizmov nemôžeme cieľavedome získať optimálne riešenia, na to potrebujeme poznať všetky verzie štruktúry vyplývajúce z možností použitia jednotlivých typov spojení a členov na dosiahnutie vyžadovaných vlastností.

1.5.1 Možnosti použitia tried spojení pri syntéze mechanizmov

Z rovnice (1.4) pre počet lokálnych súradníc polohy členov vzhľadom na (1.54), (1.55e) a (1.13) dostaneme:

$$n + n_v\, k = \sum_{t=1}^{n_v-1} (n_v - t)\, s_t \tag{1.71}$$

Pre k = 1 má rovnica (1.71) tvar

$$n + n_v = \sum_{t=1}^{n_v-1} (n_v - t)\, s_{tz} \tag{1.72}$$

kde s_{tz} je počet spojení triedy t v ZVR, pričom

$$s_z = \sum_{t=1}^{n_v-1} s_{tz} \tag{1.73}$$

Dokážeme, že pre počet s_z v ZR jednoslučkového mechanizmu platí:

$$n + n_v - \sum_{t=1}^{n_v-2} (n_v - 1 - t)\, s_{tz} = s_z \equiv u_z \tag{1.74}$$

Porovnaním rovníc (1.74) a (1.72) dostaneme:

$$\sum_{t=1}^{n_v-1} (n_v - t)\, s_{tz} = \sum_{t=1}^{n_v-2} (n_v - 1 - t)\, s_{tz} + s_z \qquad (1.75a)$$

Rozpíšeme a označíme jednotlivé členy rovnice:

$$\underbrace{\sum_{t=1}^{n_v-1} n_v\, s_{tz}}_{A} - \underbrace{\sum_{t=1}^{n_v-1} t\, s_{tz}}_{B} - \underbrace{\sum_{t=1}^{n_v-2} n_v\, s_{tz}}_{C} +$$

$$+ \underbrace{\sum_{t=1}^{n_v-2} s_{tz}}_{D} + \underbrace{\sum_{t=1}^{n_v-2} t\, s_{tz}}_{E} = \underbrace{\sum_{t=1}^{n_v-1} s_{tz}}_{F} \qquad (1.75b)$$

Kedže

$$A + C = n_v\, s_{(n_v-1)z} \qquad (1.75c)$$

$$B + E = -(n_v - 1)\, s_{(n_v-1)z} \qquad (1.75d)$$

$$-D + F = s_{(n_v-1)z} \qquad (1.75e)$$

po dosadení (1.75cde) do (1.75b) dostaneme identitu.

Z rovnice (1.74) pre priestorový jednoslučkový mechanizmus PJM, ktorý má $n = 1$, $n_v = 6$, $s_{1z} = s_{2z} = s_{3z} = s_{4z} = 0$, a všetky spojenia triedy $t = 5$ dostaneme $s_z = u_z = 7$.
Z rovnice (1.74) pre $n_v = 3$ dostaneme:

$$n + n_v - (n_v - 2)\, s_{1z} = s_z \equiv u_z$$

a po úprave:

$$n + n_v - s_{1z} = s_z \equiv u_z \qquad (1.76)$$