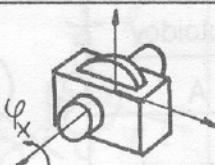
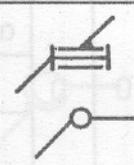
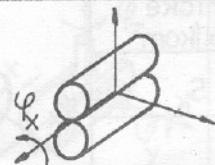
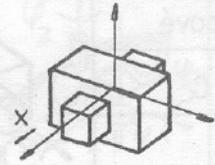
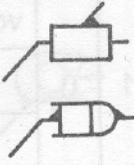
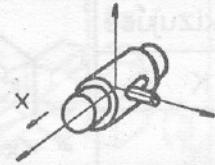
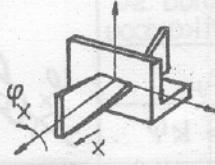
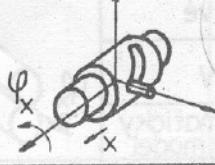
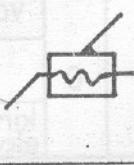


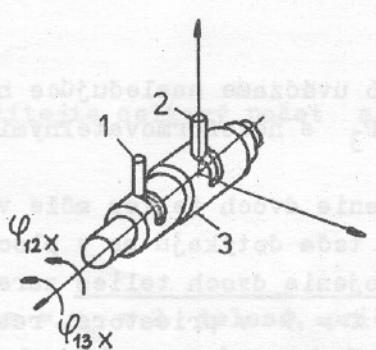
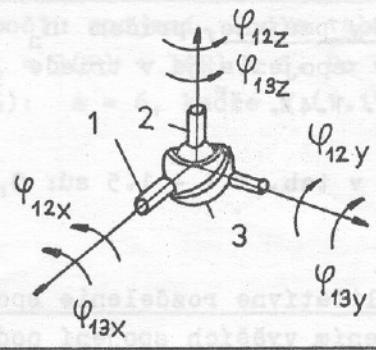
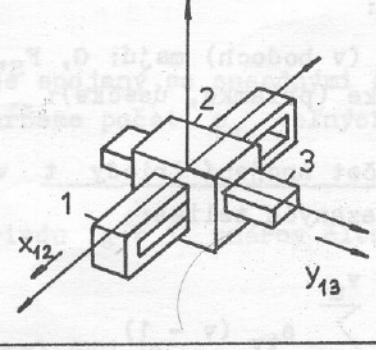
SPOJENIA		DVOCH		TELIES				
TRIEDA		POH.	POČET MOŽ.	NÁZOV		KONŠTR.	KINEM.	MODEL
t	n <sub>t</sub>	n <sub>t</sub>	n <sub>t</sub>	POHYBOV	SKRATKA	SCHÉMA	SCHÉMA	( ZNAČKA)
PR.	ROV.			ROT	TRANSKR.	OPIS		
5	2	1	1	0	0	rotačné		
						R		
5	2	1	1	0	0	valivé		
						V		
						staticky ekv. model		
5	2	1	0	1	0	posuvné		
						P		
5	2	1	0	1	0	valcové s P drážkou		
						G <sub>p</sub>		
5	-	1	0	0	1	skrutkové		
						H		
						x = kφ <sub>x</sub>		
5		1	0	0	1	skrutkové		
						H		
						x = fφ <sub>x</sub>		

V prípade, že t normál nespĺňa podmienky (1 - 5), počet G spojení nezniží pohyblivosť telesa podľa vzťahu (1.13), lebo spojenia sa neuplatnia plnohodnotne a v dôsledku ich pasivity bude skutočná pohyblivosť telesa v spojení triedy t:

$$n_t^s = n_v - t + n_n \quad (1.14)$$

kde n<sub>n</sub> je počet neodobratých stupňov volnosti pohybu telesa v spojení triedy t.

Tabuľka 1.6

SPOJENIA DT		SPOJENIA $S_{tv}$ , $v \geq 3$ VIACERÝCH TELIES										
TRIEDA t	POH. $n_t$	POČET			KONŠTRUKČNÁ SCHÉMA		KINEMATICKÁ SCHÉMA					
		TEL.	SPOJ.	SÚR.								
PR	ROV	$v > 3$	$s_t$	$n_s$	SKRATKA							
						rotačné						
5	1	1	3	2	2	$R_3$						
												
						sférické						
3	-	3	3	2	6	$S_3$						
												
						posuvné						
5	1	1	3	2	2	$P_3$						
												

Kvantitatívnu charakteristiku spojenia  $S_{tv}$  (triedu t, resp. pohyblivost  $n_t$  telesa v spojení) doplníme v tab. 1.1 – 1.6 opisom možných pohybov telesa v spojení podľa Harrisbergovej [10] klasifikácie: počtom nezávislých rotácií, translácií a skrutkových pohybov, ktoré v konštrukčnej schéme spojenia vyznačíme nezávislými lokálnymi súradnicami polohy telesa v spojení. Konstantinov [12] používa na opis okamžitého pohybového stavu telesa v spojení symbolické súradnice kolineárnych vektorov okamžitej minimálnej rýchlosťi  $\bar{v}_{\min}$  posuvného pohybu a okamžitej uhlovej rýchlosťi  $\bar{\omega}$  telesa na okamžitej osi virácie.

Napríklad pre spojenie $F_s$ :	$v_x$	$v_y$	$v_z$	$\omega_x$	$\omega_y$	$\omega_z$
	1	1	0	1	1	1

Reuleaux roztriedil spojenia dvoch telies na nižšie (elementy spojení sa dotýkajú v ploche alebo ich tak môžeme realizovať) a na vyššie (elementy spojení sa dotýkajú v bode, vo viacerých bodoch, v úsečke, priamke, v krivke).

V tab. 1.1 - 1.6 uvádzame nasledujúce nižšie spojenia:  $S$ ,  $F$ ,  $S_k$ ,  $C$ ,  $R$ ,  $P$ ,  $C_p$ ,  $H$ ,  $R_3$ ,  $S_3$ ,  $P_3$  s nedeformovateľnými elementmi, bez trenia.

Valivé  $V$  spojenie dvoch telies môže vzniknúť, ak len sú elementy spojenia deformovateľné, teda dotýkajú sa v ploche, preto staticky ekvivalentný model valivého spojenia dvoch telies zaradíme medzi nižšie spojenia dvoch telies do triedy  $t = 5$  v priestore, resp.  $t = 2$  v rovine (tab. 1.5). Podľa Paula [22] v ďalšom ukážeme, že  $V$  spojenie je neholonomné, trvalo čias- točne kinematicky pasívne, pričom  $n_n = 1$ , preto kinematicky ekvivalentný bodový model  $V$  spojenia je v triede  $t = 4$  pre priestor, resp. v  $t = 1$  pre rovinu (tab. 1.4).

Vyššie spojenia v tab. 1.1 - 1.5 sú:  $G$ ,  $F_s$ ,  $F_B$ ,  $C_C$ ,  $C_S$ ,  $D_S$ ,  $H_S$ ,  $F_C$ ,  $C_K$ ,  $H_K$ ,  $A$ ,  $K$ ,  $A_H$ .

Reuleauxovo kvalitatívne rozdelenie spojení dvoch telies na nižšie a vyššie doplníme rozdelením vyšších spojení podľa geometrického útvaru dôtyku elementov spojenia:

- a) dôtok v bode (v bodoch) majú:  $G$ ,  $F_s$ ,  $F_B$ ,  $C_C$ ,  $D_S$ ,
- b) dôtok v krivke (priamke, úsečke):  $C_S$ ,  $H_S$ ,  $F_C$ ,  $C_K$ ,  $H_K$ ,  $A$ ,  $K$ ,  $A_H$ .

Označme  $s_t$  počet spojení triedy  $t$  všetkých dvojíc telies v sústave s počtom  $u$  viazaných telies:

$$s_t = \sum_{v=2}^{v_m} s_{tv} (v - 1) \quad (1.15)$$

kde  $s_{tv}$  je počet spojení triedy  $t$  počtu  $v$  telies a

$v_m$  je maximálny počet telies v spojeniach triedy  $t$  v SVT.

Počet s spojení dvojíc telies v SVT je

$$s = \sum_{t=1}^{n_v-1} s_t \quad (1.16)$$

Celkový počet  $s_c$  spojení v SVT je

$$s_c = s + s_v \quad (1.17)$$

kde  $s_v$  je počet volných elementov spojení na člene SVT.

### Príklad 1.2:

Podľa vzťahov (1.15), (1.16) vypočítajte celkový počet  $s$  spojení dvojíc telies v SVT na obr. 1.2.

Riešenie:

Každé spojenie  $s_{tv}$  v SVT spája  $v = v_m = 2$  telesá, pričom jedno z dvoch R spojení telies 5, 6 je kinematicky úplne pasívne, teda je nadbytočné (redundantné) a nezahrňame ho do počtu spojení. Podľa tab. 1.5 je R a P spojenie triedy  $t = 5$ , potom  $s_{52} = 3(P) + 3(R) = 6$ . Po dosadení do (1.15) je:  $s_5 = 6(2 - 1) = 6$  a z (1.16):  $s = 6$ , keďže z (1.17):  $s_c = 6$ .

### 1.3 ŠTRUKTÚRY SVT

Člen SVT patrí do tryedy g, keď je spojený so susednými členmi počtom  $g$  spojení, pričom do počtu  $g$  nezahrňame počet  $s_v$  volných elementov spojení.

Tryedu  $g = 0$  má volné teleso, tryedu  $g = 1$  unárny člen,  $g = 2$  binárny člen (tab. 1.7) atď.

Celkový počet u členov (účastníkov) SVT je

$$u = \sum_{g=1}^{g_m} u_g \quad (1.18)$$

kde  $g_m$  je najvyššia trieda člena v SVT a  $u_1$  je počet unárnych členov,  $u_2$  je počet binárnych členov atď.

TRYEDY ČLENOV SVT				ŠTRUKTÚRNA SCHÉMA		INVERZNÝ GRAF
TR. g	NÁZOV ČLENA	KONŠTRUKČNÁ SCHÉMA	KINEMATICKÁ SCHÉMA	skratky opisu spoj.	S <sub>i</sub> -spojenie U <sub>j</sub> -člen	S <sub>i</sub> -strana U <sub>j</sub> -uzol
1	unárny			R —	S <sub>1</sub> O U <sub>1</sub>	
2	binárny			P F <sub>s</sub>	O S <sub>2</sub> U <sub>1</sub> O S <sub>1</sub>	
3	ternárny			P R R	S <sub>3</sub> S <sub>2</sub> O U <sub>1</sub> S <sub>1</sub>	

### 1.3.1 Opis štruktúry SVT

Najrozšírenejšou formou opisu štruktúry SVT je kinematická schéma, ktorú urobíme podľa konštrukčnej schémy SVT (tab. 1.7) pomocou kinematických schém spojení z tab. 1.1 - 1.6. Z kinematickej schémy vytvoríme štruktúrnu schému pomocou skratiek opisu spojenia z tab. 1.1 - 1.6, pričom rôzne SVT môžu mať tú istú štruktúrnu schému, napr. SVT 1 na obr. 1.3a a SVT 2 na obr. 1.3b.

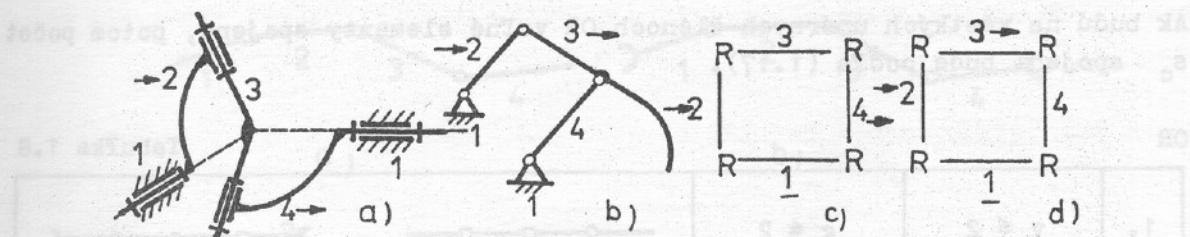
V kinematickej a štruktúrnej schéme SVT vyznačíme vstupný (hnací) člen šípkou orientovanou na číslo člena, výstupný (hnaný) člen zása šípkou orientovanou od čísla člena a číslo rámu podčiarkneme (obr. 1.3abc).

Niekedy opisujeme štruktúru SVT stručne len pomocou čísel členov a skratiek názvov spojení, napr. pre SVT 1:

a) 1 R → 2 R 3 R 4 → R

b) R R R R

c) 1 2 3 4



Obr. 1.3

- a) Kinematická schéma Hookovho sférického mechanizmu
- b) Kinematická schéma rovinného mechanizmu miešačky
- c) Štruktúrna schéma Hookovho sférického mechanizmu
- d) Štruktúrna schéma rovinného mechanizmu miešačky

### 1.3.2 Jednokomponentné SVT - JSVT

Jednokomponentná SVT je taká SVT (môže byť aj jedno teleso), v ktorej sú každé dva susedné členy spojené elementmi spojenia.

Kinematická reťaz (skrátene retaz) je každá JSVT, v ktorej ani jedno teleso nie je rámom.

Uzavorená reťaz - UR je SVT, v ktorej každé spojenie spája minimálne  $v = 2$  telesá, teda každý člen je spojený minimálne s dvoma susednými členmi, pričom je

$$s = u \quad (1.19)$$

Napr. SVT na obr. 1.4c s opisom štruktúry: 1 2 3 4 je UR.

Kinematická slučka (skrátene slučka) je v podstate UR, ale líši sa opisom štruktúry, v ktorom číslo prvého člena zapíšeme aj na koniec zápisu, napr. pre SVT z obr. 1.4c: 12341.

Označme  $k_s$  počet slučiek v SVT, potom podľa počtu  $k_s$  slučiek máme tie-to typy reťazí:

Otvorená reťaz - OR má  $k_s = 0$ , a ak v OR nie sú volné spojenia, je

$$s = u - 1 \quad (1.20)$$

Napr. SVT na obr. 1.4a je OR.

OR rozlišujeme podľa počtu  $v$  a triedy  $g$  (tab. 1.8).

Ak budú na všetkých unárných členoch OR volné elementy spojené, potom počet  $s_c$  spojení bude podľa (1.17).

OR

Tabuľka 1.8

	$v \leq 2$	$g \leq 2$		
1.	$v \leq 2$	$g \leq 2$		
2.	$v \geq 2$	$g \leq 2$		
3.	$v \leq 2$	$g \geq 2$		
4.	$v \geq 2$	$g \geq 2$		

Počet  $s_v$  pre jednotlivé prípady v tab. 1.8:

$$1. s_v = 2$$

$$2. s_v = 2 + \sum_{v=3}^{v_m} s_{tv}$$

$$3. s_v = 2 + \sum_{g=3}^{g_m} u_g$$

$$4. s_v = 2 + \sum_{v=3}^{v_m} s_{tv} + \sum_{g=3}^{g_m} u_g$$

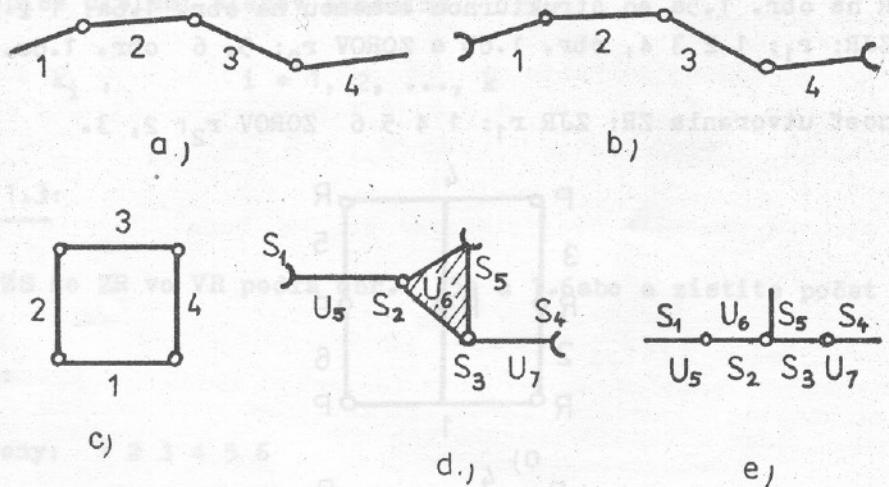
Otvorená reťaz s obojstrannou väzbou - OROV má tiež  $k_s = 0$  a na každom krajinom člene je jeden volný element spojenia, obr. 1.4b. Volný element spojenia  $s_5$  na člene 6 OROV z obr. 1.4d nepatrí do počtu spojení telies OROV.

V OROV je

$$s = u + 1 \quad (1.21)$$

Uzavorená reťaz má počet  $k_s \geq 1$ , pričom môže byť:

- a) jednoslučková - JR, ak počet  $k_s = 1$ , pričom JUR má len členy triedy  $g = 2$  (binárne členy), napr. JKR na obr. 1.4c.

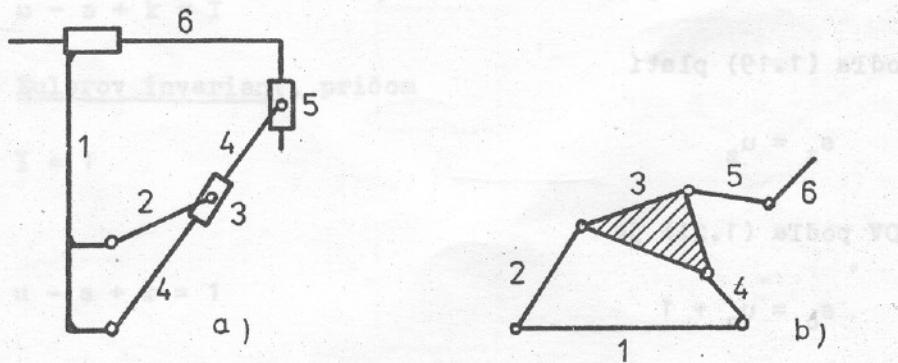


Obr. 1.4

a) Otvorená reťaz, b) otvorená reťaz s obojstrannou väzbou, c) jednoslučková reťaz, d) otvorená reťaz s obojstrannou väzbou (element spojenia  $S_5$  nie je na krajnom člene), e) inverzný graf otvorennej reťaze z obr. 1.4d

b) viacslučková - VR, ak počet  $k_s > 1$ , potom v štruktúre VR je aspoň jeden člen triedy  $g \geq 3$ , napr. reťaz na obr. 1.5a má ternárne členy 1, 4, teda je VR.

Kombinovaná reťaz KR má štruktúru, v ktorej je aspoň jedna UR a jedna OR, napr. na obr. 1.5b.



Obr. 1.5

a) Viacslučková reťaz, b) kombinovaná reťaz

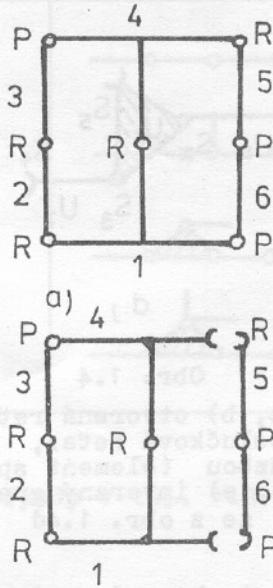
Základné reťaze - ZR vytvoríme z členov UR tak, že z nich utvoríme jednu JR (to je vždy možné, lebo počet  $k_s \geq 1$ ) a zo zostávajúcich členov utvoríme OROV tak, aby sa v JR aj v OROV vyskytoval každý člen a každé spojenie len raz. Získané ZR označujeme ZJR a ZOROV a opisujeme číslami členov

$$r_i, \quad i = 1, 2, \dots, k$$

(1.22)

Napr. z VR na obr. 1.5a so štruktúrnou schémou na obr. 1.6a: 1 2 3 4 5 6 utvoríme ZJR:  $r_1: 1 2 3 4$ , obr. 1.6b a ZOROV  $r_2: 5, 6$  obr. 1.6c.

Druhá možnosť utvorenia ZR: ZJR  $r_1: 1 4 5 6$  ZOROV  $r_2: 2, 3$ .



Obr. 1.6

- a) Štruktúrna schéma viacslučkovej retaze z obr. 1.5a
- b) Základná jednoslučková retaz prisľúchajúca viacslučkovej retazi z obr. 1.6a
- c) základná otvorená retaz s obojstrannou väzbou prisľúchajúca viacslučkovej retazi z obr. 1.6a

V ZJR podľa (1.19) platí

$$s_z = u_z \quad (1.23)$$

a v ZOROV podľa (1.21) je

$$s_0 = u_0 + 1 \quad (1.24)$$

Základná retaz v JR je samotná JR.

Základné slučky - ZS utvoríme zo ZR vo VR tak, že k opisu ZJR číslo prvého člena zapíšeme aj na koniec zápisu a k členom ZOROV doplníme susedné členy tak, aby sme dostali slučku so štruktúrnou schémou v tvare jedného mnoholníka, ktorého strany sa nekrižujú. Označme k počet ZS vo VR a  $k_o$  počet ZS prisľúchajúcich k ZOROV, pričom

$$k_o = k - 1 \quad (1.25)$$

ZS pri opise číslami členov označíme

$$k_i, \quad i = 1, 2, \dots, k \quad (1.26)$$

Príklad 1.3:

Utvorte ZS zo ZR vo VR podľa obr. 1.5a a 1.6abc a zistite počet  $k$  aj  $k_0$ .

Riešenie:

VR má členy: 1 2 3 4 5 6

Nech ZJR  $r_1: 1 2 3 4$ , potom ZS  $k_1: 1 2 3 4 1$   
a ZOROV  $r_2: 5 6$ , teda ZS  $k_2: 1 4 5 6 1$

Druhá možnosť utvorenia ZS:

Ak ZJR  $r_1: 1 4 5 6$ , potom ZS  $k_1: 1 4 5 6 1$   
a ZOROV  $r_2: 2 3$ , teda ZS  $k_2: 1 2 3 4 1$

V obidvoch alternatívach je  $k = 2$ , potom podľa (1.23)  $k_0 = 1$ . Slučka je aj 1 2 3 4 5 6 1, ale nepatrí medzi ZS, teda počet slučiek  $k_s = 3$ .

Základný význam pre vlastnosti štruktúr SVT má Eulerova veta, podľa ktorej pre JSVT s počtom u členov, s spojením a k ZS platí:

$$u - s + k = I \quad (1.27)$$

kde  $I$  je Eulerov invariant, pričom

$$I = 1 \quad (1.28)$$

teda

$$u - s + k = 1 \quad (1.29)$$

Dôkaz metódou zmien:

Pre ZJR s počtom  $k = 1$  ZS je podľa (1.19)  $s = u$ , teda po dosadení do (1.27) je naozaj  $I = 1$ . Pridaním ZOROV k ZJR bude mať JSVT počet  $k = 2$ , teda zmena  $\Delta k = 1$  a vzhľadom na (1.21) zmena  $\Delta s = \Delta u + 1$ . Potom zmena  $\Delta I$  Eulerovho invariantu bude

$$\Delta I = \Delta u - (\Delta u + 1) + \Delta k$$

teda  $\Delta I = 0$