

**SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA**

**Strojnícka fakulta**

**Katedra tepelnej techniky**

**Nám. slobody 17, 812 31 Bratislava**



# **PODKLADY KU SKÚŠKE Z TERMODYNAMIKY**

**(rovnice, diagramy, tabuľky)**

Spracovali : Doc. Ing. Ernest Kabát, CSc.  
Ing. Dušan Jurčovič  
Ing. Kvetoslava Schätzlová

## STAVOVÁ ROVNICA IDEÁLNEHO PLYNU

$$pv = rT$$

$$pV = mrT$$

$$r = \frac{R}{M}$$

$$m = n M$$

$$pV_M = RT$$

$$pV = nRT$$

$p$  - absolútny tlak [Pa]

$v$  - špec. objem [ $\text{m}^3/\text{kg}$ ]

$r$  - špec. plynová konšt. [ $\text{J/kg K}$ ]

$T$  - absolútna teplota [K]

$V$  - objem [ $\text{m}^3$ ]

$m$  - hmotnosť [kg]

$R$  - univerzálna plynová konštanta [ $\text{J/kmol K}$ ]

$n$  - látkové množstvo [kmol]

$V_M$  - objem kilomolu [ $\text{m}^3/\text{kmol}$ ]

$M$  - mólová hmotnosť látky [ $\text{kg/kmol}$ ]

## ZMES IDEÁLNYCH PLYNOV

$$p = \sum p_i$$

$$V = \sum V_i$$

$$\sigma_i = \frac{m_i}{m}$$

... hmotnostná koncentrácia

$$\omega_i = \frac{V_i}{V}$$

... objemová koncentrácia

$$M = \sum \omega_i M_i$$

... zdanlivá mólová hmotnosť [ $\text{kg/kmol}$ ] zmesi

$$r = \sum \sigma_i r_i$$

... špec. plynová konštanta zmesi plynov

$$\omega_i = \frac{V_i}{V} = \frac{n_i}{n} = \sigma_i \frac{M_i}{M}$$

... prepočet hmotnostných koncentrácií na objemové

$p_i, p$

... parciálny tlak zložky resp. tlak zmesi.

## ŠPECIFICKÁ TEPELNÁ KAPACITA

$$c = \frac{q}{\Delta T} \quad [\text{J/kg K}]$$

$c_p$  ... špec. tepelná kapacita pri  $p = \text{const}$

$c_v$  ... špec. tepelná kapacita pri  $v = \text{const}$

$c_p - c_v = r$  ... Mayerova rovnica

$\frac{c_p}{c_v} = \kappa$  ... Poissonova konštanta

$$c_v = \frac{r}{\kappa - 1}$$

$$c_p = r \frac{\kappa}{\kappa - 1}$$

Pre ideálne plyny *dokonalé* sú to konštanty.

Pre ideálne plyny *nedokonalé* sú funkciami teploty, napríklad mólová tepelná kapacita pri  $p = \text{konšt}$   $\bar{c}_p = a + bT + dT^2 + eT^3$

Stredná hodnota pre väčšie  $\Delta t$

$$(\bar{c})_{T_1}^{T_2} = \frac{1}{\Delta T} \int_{T_1}^{T_2} c_p dT = a + \frac{b}{2}(T_1 + T_2) + d \frac{(T_1 + T_2)^2}{3} + \frac{e}{4}(T_1 + T_2)^3$$

kon. a, b, d, e .. sú v tabuľke

Špecifická tepelná kapacita  $c_p = \frac{\bar{c}_p}{M}$   $\bar{c}_p$  - mólová tepelná kapacita [kJ/kmol K]

## PRVÝ ZÁKON TERMODYNAMIKY

### 1. FORMULÁCIA pre zavreté systémy

$$dq = du + dw = du + pdv \quad \text{akákoľvek látka}$$

$$dq = c_v dT + dw = c_v dT + pdv \quad \text{ideálny plyn}$$

$$dQ = dU + dW = m(dq)$$

q - špecifické teplo [J/kg]

u - špec. vnútorné energie [J/kg]

Q - teplo [J]

U - vnútorná energia [J]

w - špec. objemová práca [J/kg]

W - objemová práca [J]

### 2. FORMULÁCIA pre otvorené ustálené systémy bez zmeny kinetickej a potenciálnej energie

$$dq = dh + dw_t = dh - vdp \quad \text{akákoľvek látka}$$

$$dq = c_p dT + dw_t = c_p dT - vdp \quad \text{ideálny plyn}$$

$$dQ = dH + dW_t = m(dq)$$

h - špec. entalpia [J/kg]

$w_t$  - špec. technická práca [J/kg]

H - entalpia [J]

$W_t$  - technická práca [J]

Otvorené systémy

- ustálené so zmenou kinetickej a potenciálnej energie

$$dq = dh + d\left(\frac{c^2}{2}\right) + gdz + dw_t$$

- neustálené

$$dq = dh + dw_t + d\left(\frac{c^2}{2}\right) + gdz + d(U_\sigma)$$



## VRATNÉ PROCESY

|                     |                                                                                                                                                                                                   |                                                             |                                                                            |
|---------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------|
| <b>Izobarický</b>   | $v/T = \text{konšt}$                                                                                                                                                                              | ...                                                         | rovnica zmeny                                                              |
|                     | $dq = dh = c_p dT$                                                                                                                                                                                | ...                                                         | šp. teplo                                                                  |
|                     | $dw = p dv$                                                                                                                                                                                       | ...                                                         | šp. objemová práca                                                         |
| <b>Izochorický</b>  | $p/T = \text{konšt}$                                                                                                                                                                              | ...                                                         | rovnica zmeny                                                              |
|                     | $dq = du = c_v dT$                                                                                                                                                                                | ...                                                         | šp. teplo                                                                  |
|                     | $dw_t = -v dp$                                                                                                                                                                                    | ...                                                         | šp. technická práca                                                        |
| <b>Izotermický</b>  | $p v = \text{konšt}$                                                                                                                                                                              | ...                                                         | rovnica zmeny                                                              |
|                     | $dq = p dv = -v dp$                                                                                                                                                                               | ...                                                         | šp. teplo a práca                                                          |
|                     | $q_{1,2} = r T \ln \frac{v_2}{v_1} = -r T \ln \frac{p_2}{p_1} = w_{1,2} = w_{t,1,2}$                                                                                                              |                                                             |                                                                            |
|                     | $Q_{1,2} = m q_{1,2}$                                                                                                                                                                             | ...                                                         | teplo [J]                                                                  |
| <b>Adiabatický</b>  | $dq = 0$                                                                                                                                                                                          | $q = 0$                                                     |                                                                            |
|                     | $p v^\kappa = \text{konšt}$                                                                                                                                                                       | $T v^{\kappa-1} = \text{konšt}$                             | $T p^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \text{konst}$                             |
|                     | $\frac{p_2}{p_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^\kappa$                                                                                                                                           | $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{v_1}{v_2}\right)^{\kappa-1}$ | $\frac{T_2}{T_1} = \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}$ |
|                     | $dw = -du = -c_v dT$                                                                                                                                                                              |                                                             |                                                                            |
|                     | $w_{1,2} = c_v (T_1 - T_2) = \frac{r T_1}{\kappa - 1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{r T_1}{\kappa - 1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}\right]$ [J/kg] |                                                             |                                                                            |
|                     | $dw_t = -dh = -c_p dT = \kappa dw$                                                                                                                                                                |                                                             |                                                                            |
|                     |                                                                                                                                                                                                   |                                                             |                                                                            |
| <b>Polytropický</b> | $p v^n = \text{konšt}$                                                                                                                                                                            | $T v^{n-1} = \text{konšt}$                                  | $T p^{\frac{1-n}{n}} = \text{konst}$                                       |
|                     | $w_{1,2} = \frac{r T_1}{n-1} \left(1 - \frac{T_2}{T_1}\right) = \frac{r T_1}{n-1} \left[1 - \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{n-1}{n}}\right]$                                                  |                                                             |                                                                            |
|                     | $w_{t,1,2} = n w_{1,2}$                                                                                                                                                                           |                                                             |                                                                            |
|                     | $dq = c_n dT = c_v \frac{n-\kappa}{n-1} dT$                                                                                                                                                       |                                                             |                                                                            |
|                     | $\frac{q_{1,2}}{w_{1,2}} = \frac{n-\kappa}{1-\kappa}$                                                                                                                                             |                                                             |                                                                            |

## DRUHÝ ZÁKON TERMODYNAMIKY

### Tepelné motory

$$\eta_t = \frac{w_c}{q_p} = \frac{q_p - |q_o|}{q_p} = 1 - \frac{|q_o|}{q_p} \quad \text{termická účinnosť}$$

$w_c$  - šp. práca obehu (cyklu) [J/kg]

$q_p$  - teplo do obehu prevedené zo zdroja [J/kg]

$q_o$  - teplo z obehu odvedené do okolia [J/kg]

## CARNOTOV OBEH

$$\eta_t = \frac{T_1 - T_2}{T_1} = \frac{q_p - |q_o|}{q_p} = 1 - \frac{T_2}{T_1}$$

$T_1$  - teplota zdroja energie s veľkou tepelnou kapacitou

$T_2$  - teplota odpadu energie s veľkou tepelnou kapacitou

## CHLADIACE STROJE A TEPELNÉ ČERPADLÁ

$$\varepsilon_{CH} = \frac{q_{CH}}{|w_c|} = \frac{q_{CH}}{|q_T| - q_{CH}} \quad \text{chladiaci faktor}$$

$q_{CH}$  - chladením privedené teplo [J/kg] pri teplote  $T_{CH}$

$q_T$  - odvádzané teplo z obehu pri teplote  $T_T$  (špecifický tepelný výkon)

$w_c$  - dodávaná práca na získanie chladiaceho efektu

$$\varepsilon_{TC} = \frac{|q_T|}{|w_c|} \quad \text{vykurovací faktor, súčiniteľ znásobenia tepelného čerpadla}$$

Carnotove obeh:

$$\varepsilon_{CH} = \frac{T_{CH}}{T_T - T_{CH}} \quad \varepsilon_{TC} = \frac{T_T}{T_T - T_{CH}} \quad \varepsilon_{TC} = \varepsilon_{CH} + 1$$

## ENTRÓPIE A ROVNICE ZMIEN ENTRÓPIE

$$ds = \frac{dq}{T} \quad \dots \quad \text{difer. šp. entrópia [J/kg K] (vratné procesy)}$$

$$dS = \frac{dQ}{T} \quad \dots \quad \text{diferenciálna entrópia [J/K]}$$

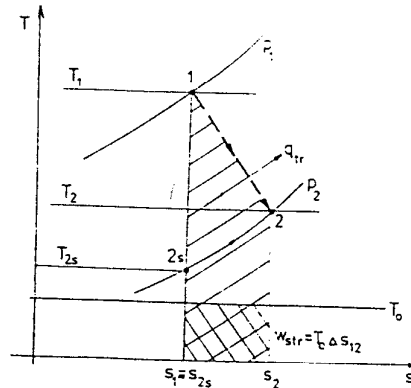
$$ds > \frac{dq}{T} \quad \dots \quad \text{diferenciálna šp. entrópia pri nevratných procesoch}$$

$$ds = \frac{c_v dT}{T} + \frac{pdv}{T} = c_v \frac{dT}{T} + r \frac{dv}{v}$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln\left(\frac{T_2}{T_1}\right) + r \ln\left(\frac{v_2}{v_1}\right)$$

$$ds = \frac{c_p dT}{T} - \frac{v dp}{T} = c_p \frac{dT}{T} - r \frac{dp}{p}$$

$$s_2 - s_1 = c_v \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right) + r \ln\left(\frac{p_2}{p_1}\right)$$



**Zmena entropie** pri nevratnej adiabetickej zmene z bodu 1 do 2

$$s_2 - s_1 = \Delta s_{1,2} = c_p \left[ \ln \frac{T_2}{T_1} + \frac{\kappa - 1}{\kappa} \ln \left( \frac{p_2}{p_1} \right) \right]$$

**Exergetická strata** pri tomto procese

$$e_{xstr} = w_{str} = T_o \Delta s_{1,2}$$

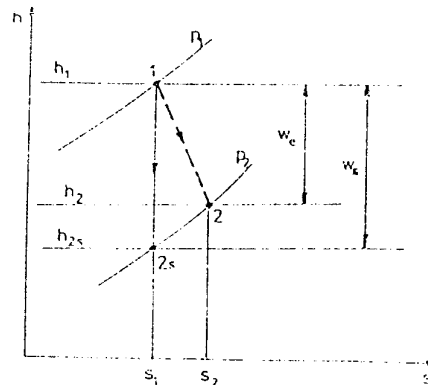
Princíp vzrastu entropie  $S_{gen} = \Delta S_{cel} = \Delta S_{int} + \Delta S_{ext} = \Delta S_{syst} + \Delta S_{ok} \geq 0$   
 $\Delta S_{cel}$  - celková zmena entropie pri interakcii systému s okolím

## TERMODYNAMICKÁ ÚČINNOSŤ

**Turbína adiabatická**

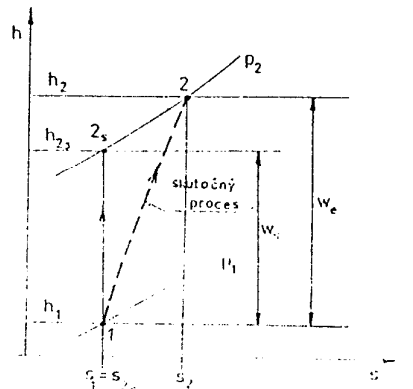
$$\eta_T = \frac{w_e}{w_s} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}}$$

$w_e$  - skutočná práca turbíny  
 $w_s$  - práca izoentropickej turbíny



**Kompresor adiabatický**

$$\eta_K = \frac{w_s}{w_e} = \frac{h_1 - h_{2s}}{h_1 - h_2}$$

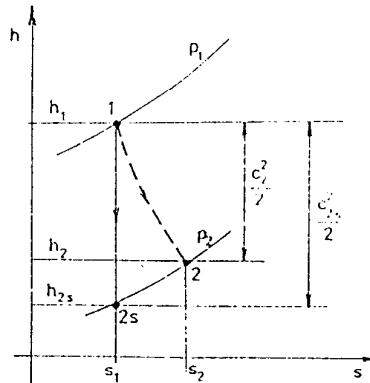


**Dýza adiabatická**

$$\eta_D = \frac{e_{\text{kin skut}}}{e_{\text{kin izoentr}}} = \frac{c_2^2}{c_{2s}^2} = \frac{h_1 - h_2}{h_1 - h_{2s}}$$

$$e_{\text{kin skut}} = \frac{m c_2^2}{2}$$

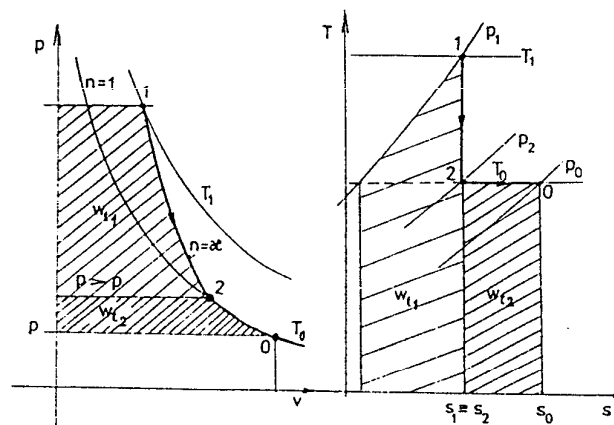
$$e_{\text{kin izoentr}} = \frac{m c_{2s}^2}{2}$$

**EXERGIA ENERGIE**

$$Ex = E\omega$$

Ex je exergia (max. časť energie E, schopná premeny na prácu pri danom okolí)

$\omega$  - súčiniteľ práceschopnosti

**Exergia tepla**

$$Ex_Q = Q\omega_Q = Q\left(1 - \frac{T_0}{T}\right) = Q - Q\left(\frac{T_0}{T}\right) = Q - B_Q$$

$T_0$  - teplota okolia [K]

$T$  - teplota zdroja tepla [K]

$B_Q$  - anergia tepla (tá časť tepla, ktorá sa na prácu pri danom okolí premeniť nedá)

## EXERGIA PRÚDU LÁTKY

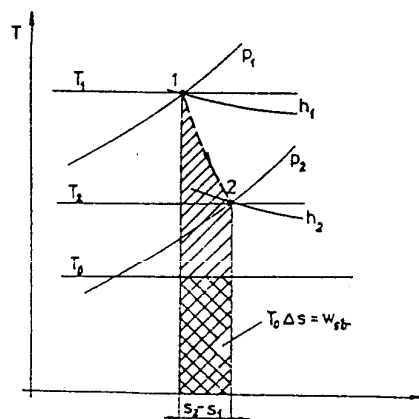
$$e_x = h - T_0 s + \frac{c^2}{2} + gz \quad e_{x_0} = h_0 - T_0 s_0 + 0 + 0 = 0$$

$$e_{x_h} = h - h_0 - T_0 (s - s_0) + \frac{c^2}{2} + gz \quad \text{exergia entalpie}$$

## EXERGETICKÁ ÚČINNOSŤ PROCESU

$$\eta_{e_x} = \frac{w_{uz}}{w_{rev_{max}}}$$

$w_{uz} = w_{skut}$  užitočná (skutočná práca)  
 $w_{rev_{max}}$  maximálna práca získaná medzi tými istými stavmi ako skutočná, ale vykonaná vratne



príklad: nevratná adiab. Turbína

$$w_{uz} = h_1 - h_2$$

$$w_{rev} = e_{x_1} - e_{x_2} = h_1 - h_2 - T_0 (s_1 - s_2)$$

pri zanedbaní kin. a pot. Energie

## EXERGETICKÁ ÚČINNOSŤ OBEHU

$$\eta_{e_x} = \frac{w_{uz}}{Ex_{Q_p}}$$

$Ex_{Q_p}$  - exergia dodaná (privedená) do obehu teplom

pri  $T = \text{konšt}$

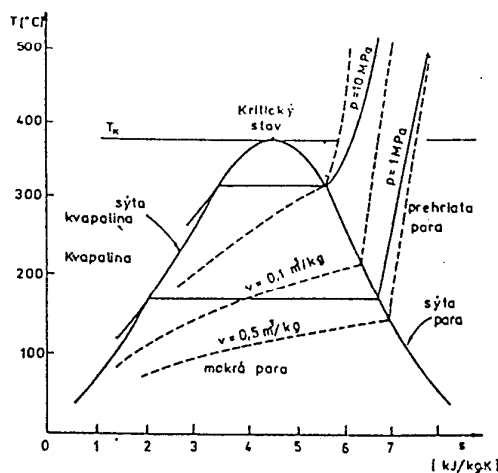
$$Ex_Q = \left(1 - \frac{T_0}{T}\right) Q$$

$$\eta_{e_x} = \eta_t \left( \frac{1}{1 - \frac{T_0}{T}} \right)$$

## EXERGETICKÁ ÚČINNOSŤ TEPELNÉHO ČERPADLA

$$\eta_{e_v} = \frac{Ex_Q}{W_{uz}} = \frac{w_{rev}}{W_{uz}} = \frac{\left(1 - \frac{T_0}{T}\right) Q}{W_{uz}} = \varepsilon_{TC} \left(1 - \frac{T_0}{T}\right)$$

### VÝPOČTOVÉ VZŤAHY PRE PARY (VODNÉ)



Ľavá medzná krivka do (4 MPa)

entalpia

$$h' = c_K t$$

$c_K$  špec. tep. kapacita vody (4,2 kJ/kg K)

$t$  - teplota [°C]

pre vyššie tlaky - tabuľky sýtych kvapalín a pár

entropie

$$s' = c_K \ln \left( \frac{T}{T_0} \right)$$

$T$  - teplota [K]

$T_0$  - 273,16 K (ref. bod; trojný bod)

pre vyššie tlaky - tabuľky

Pravá medzná krivka - tabuľky

Prehriata para a podchladená kvapalina - tabuľky

Mokré pary

$$v = v' + x(v'' - v')$$

$$h = h' + x(h'' - h') = h' + x l_v$$

$$s = s' + x(s'' - s') = s' + \frac{x l_v}{T_s}$$

$$x = \frac{m''}{m' + m''}$$

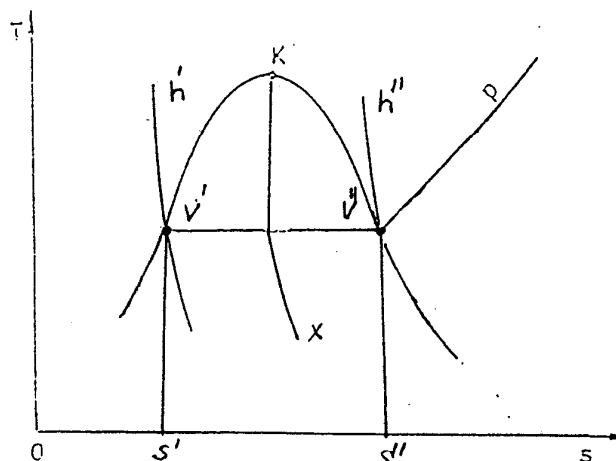
$x$  - pomerná suchosť pary

$m'$  - hmotnosť sýtej kvapaliny

$m''$  - hmotnosť sýtej pary

$T_s$  - teplota varu (nasýtenia)

$l_v$  - výparné teplo



## ZMENY STAVU PÁR

$p = \text{konšt}$

$$q_{1,2} = h_2 - h_1$$

$$w_{1,2} = p (v_2 - v_1)$$

$$Q_{1,2} = m q_{1,2}$$

$$W_{1,2} = m w_{1,2}$$

$v = \text{konšt}$

$$q_{1,2} = u_2 - u_1 = h_2 - h_1 - (p_2 v_2 - p_1 v_1)$$

$$w_{1,2} = -v(p_2 - p_1)$$

$T = \text{konšt}$

$$q_{1,2} = T(s_2 - s_1)$$

$$w_{1,2} = T(s_2 - s_1) - (u_2 - u_1)$$

$$w_{1,2} = T(s_2 - s_1) - (h_2 - h_1)$$

$dQ = 0$

$$w_{1,2} = u_2 - u_1$$

$$w_{1,2} = h_2 - h_1$$

Tabuľky prílohy

Diagramy T-s, h-s prílohy

## REÁLNE PLYNY

Väzbu medzi stavovými veličinami u reálnych plynov je možné určiť zo stredných rovníc reálnych plynov rôznych autorov. Najstaršia je rovnica Van der Waalsova

$$\left(p + \frac{a}{v^2}\right)(v - b) = r T$$

do ktorej konštanty  $a, b$  môžeme dosadiť z priložených tabuliek. Jedna z rovníc virialneho tvaru je Beethelotova upravená rovnica

$$pv = r T + p B(T)$$

kde

$$B(T) = \frac{9}{128} \frac{r T_K}{p_K} \left[ 1 - 6 \left( \frac{T_K}{T} \right)^2 \right]$$

Ďalšou možnosťou je určenie pomocou súčiniteľa stlačiteľnosti  $Z$

$$pv = Z r T$$

$Z$  je možné určiť pomocou redukovaných veličín stavu ( $p_r, v'_r, T_r$ ) a zákona korešpondujúcich stavov

$$p_r = \frac{p}{p_K}$$

$$T_r = \frac{T}{T_K}$$

$$v'_r = \frac{v}{\frac{r T_K}{p_K}}$$

veličiny označené indexom  $k$  sú v kritickom bode.

Odčítanie  $Z$  je potom z univerzálneho diagramu súčiniteľa  $Z$  - príloha

## JOULE THOMSOV SÚČINITEĽ

Je možné určiť z diferenciálnej rovnice entalpie  $dh = c_p dT + \left[ v - T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] dp$  pre  $h = \text{konšt}$

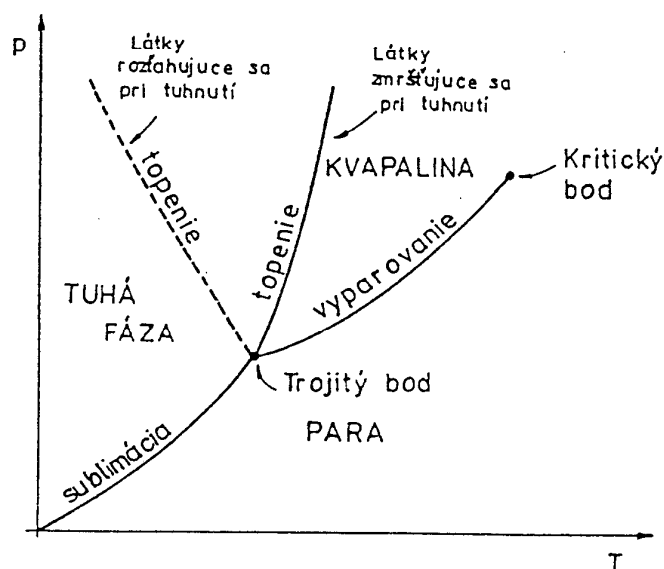
$$K_{JT} = \left( \frac{\partial T}{\partial p} \right)_h = \frac{1}{c_p} \left[ T \left( \frac{\partial v}{\partial T} \right)_p - v \right] \leq \geq 0$$

### Clapeyron-Clausiusova rovnica pre var

Z tretieho Maxwellovho vzťahu  $\left( \frac{\partial p}{\partial T} \right)_v = \left( \frac{\partial s}{\partial v} \right)_T$  je možné počas procesu zmeny fázy kedy tlak je iba funkciou teploty varu  $p_s = f(T_s)$  určiť sklon dotýčnice ku krivke napätia v diagrame p-T. Táto tangenta nie je závislá od špecifického objemu a počas integrácie je konštanta.

Dostaneme

$$s'' - s' = \left( \frac{dp}{dT} \right)_{\text{sýt}} (v'' - v')$$



Počas fázovej premeny zostáva i tlak konštantný a platí  $dh = Tds$  čiže

$$h'' - h' = T(s'' - s') = l_v$$

a teda

$$\left( \frac{dp}{dT} \right)_{\text{sýt}} = \frac{l_v}{T(v'' - v')}$$

Pre nízke tlaky kedy  $v'' \gg v'$  je možné dosadiť aj z rovnice stavu ideálnych plynov bude

$$\left( \frac{dp}{dT} \right)_{\text{sýt}} = \frac{p l_v}{r T^2}$$

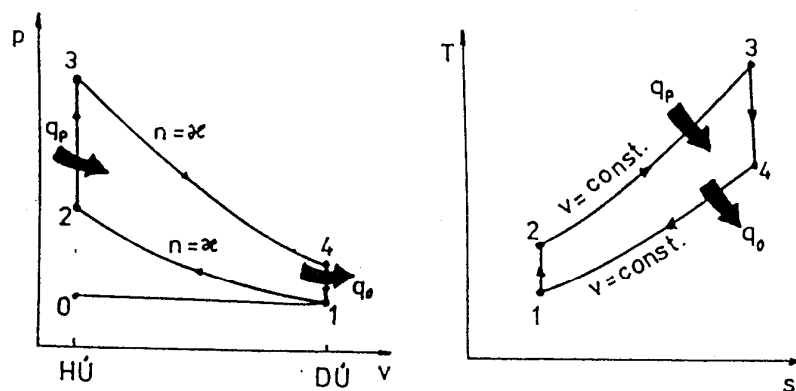
## TEPELNÉ MOTORY

### Ottov obeh

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} = 1 - \frac{q_o}{q_p} = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

$\varepsilon$  - kompresný pomer;  $\varepsilon = \frac{v_1}{v_2}$

$\kappa = \frac{c_p}{c_v}$  zmesi vzduch-benzínové pary  $\kappa \approx 1,4$



### Dieselov obeh

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\varepsilon^{\kappa-1}} \left[ \frac{\varphi^{\kappa} - 1}{\varphi - 1} \right] \frac{1}{\kappa} = \frac{w_c}{q_p} = 1 - \frac{q_o}{q_p}$$

$$q_p = c_p (T_3 - T_2)$$

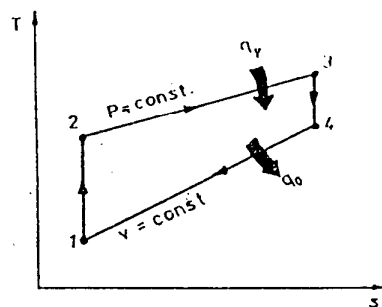
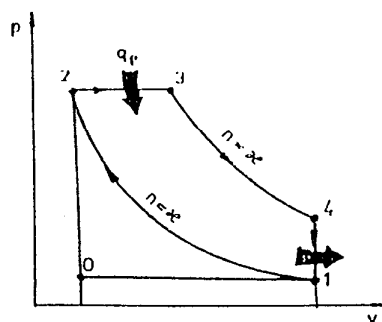
$$q_o = c_p (T_4 - T_1)$$

$$w_c = q_p - |q_o|$$

$\varphi$  - stupeň plnenia

$$\varphi = \frac{v_3}{v_2}$$

$$\eta_t = 1 - \frac{1}{\kappa} \frac{T_1}{T_2} \left[ \frac{\frac{T_4}{T_1} - 1}{\frac{T_3}{T_2} - 1} \right]$$

**Braytonov obeh**

$$\eta_t = 1 - \frac{T_1}{T_2} = 1 - \frac{1}{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}$$

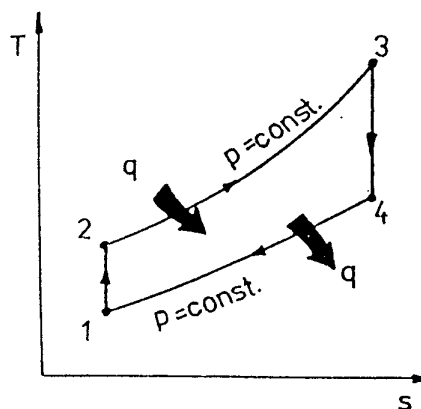
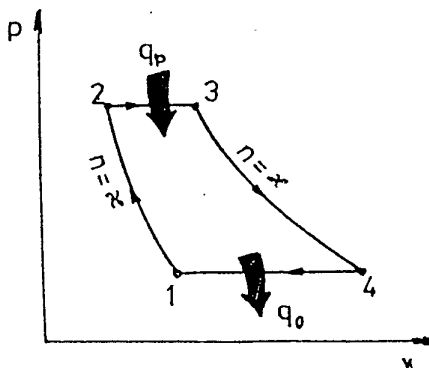
$$\pi - \text{tlakový pomer na kompresore} \quad \pi = \frac{p_2}{p_1}$$

**Braytonov obeh s maximálnou prácou cyklu pri obmedzenej maximálnej teplote cyklu**

$$\eta_t = \tau^{\frac{\kappa}{2(\kappa-1)}}$$

$$\tau = \frac{T_{\max}}{T_{\min}} = \frac{T_3}{T_1}$$

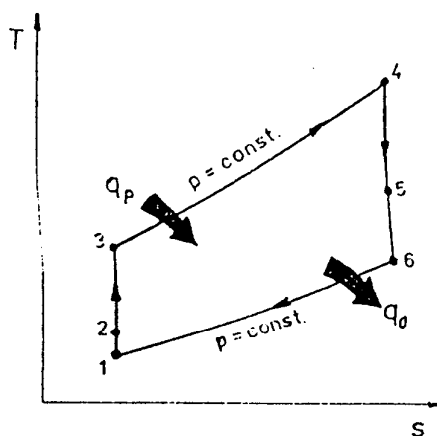
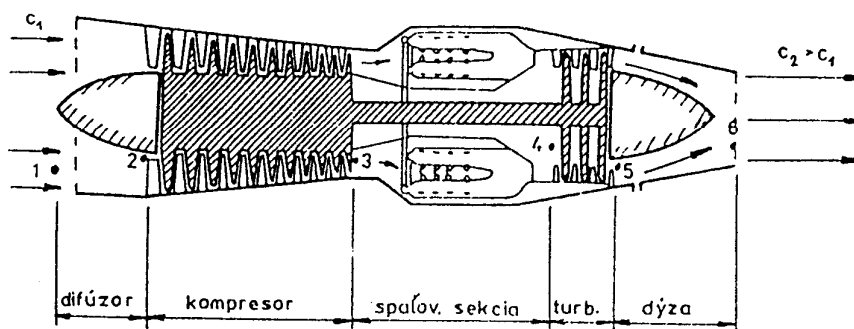
max. hodnota pomeru teplôt

**Braytonov obeh s regeneráciou**

$$\eta_{t,R} = 1 - \frac{T_1}{T_3} \pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} = 1 - \frac{\pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}}}{\tau} = 1 - \frac{T_1}{T_4}$$

Podmienka pre regenerácie  $T_4 > T_2$

## Braytonov oběh proudové motory



Ťah motora

$$F = (\dot{m} c)_{\text{vyst}} - (\dot{m} c)_{\text{vstup}} \doteq \dot{m} (c_2 - c_1) \quad [\text{N}]$$

$c_1$  - rychlost' na vstupu do motora

$c_2$  - rychlost' na výstupu z motora

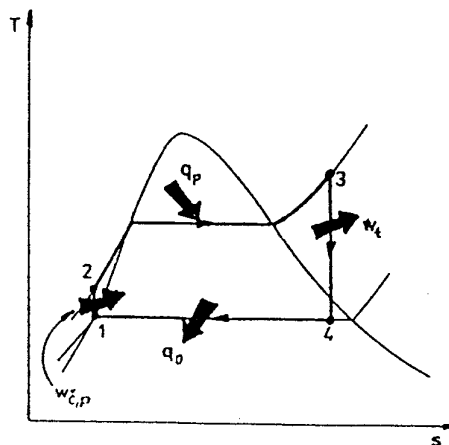
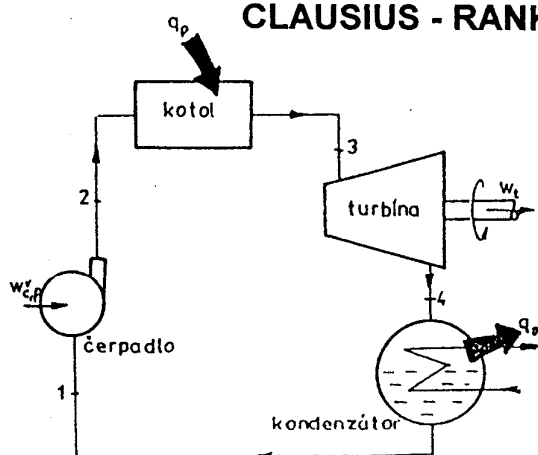
Výkon pohonu

$$\dot{W}_p = P_p = F c_L$$

$c_L$  - rychlost' letu stroja ( $c_L \doteq c_1$ )

$$\eta_p = \frac{P_p}{Q_p} \quad \text{je rovné účinnosti Braytonovho oběhu}$$

## CLAUSIUS - RANKINOV PARNÝ OBEH



$$\eta_i = \frac{w_{uz}}{q_p} = 1 - \frac{|q_o|}{q_p} = \frac{w_T - w_c}{q_p} = \frac{h_3 - h_4 - (h_2 - h_1)}{h_3 - h_2}$$

$$w_{uz} = w_T - w_c$$

$w_{uz}$  - užitočná práca cyklu

$q_p$  - privedené teplo

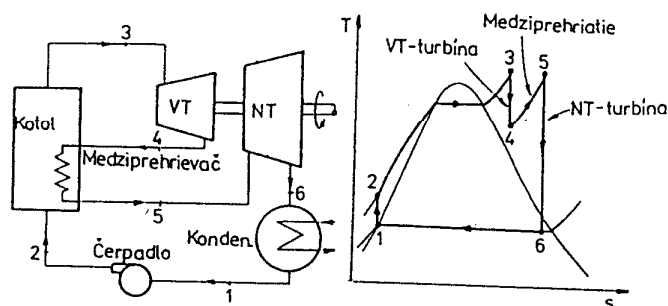
$q_o$  - odvozené teplo

$w_c$  - technická práca čerpadla

$w_T$  - technická práca turbíny

$$|w_c| = \int v dp = v(p_2 - p_1) = h_2 - h_1$$

## C - R OBEH S MEDZIPREHRIATIM

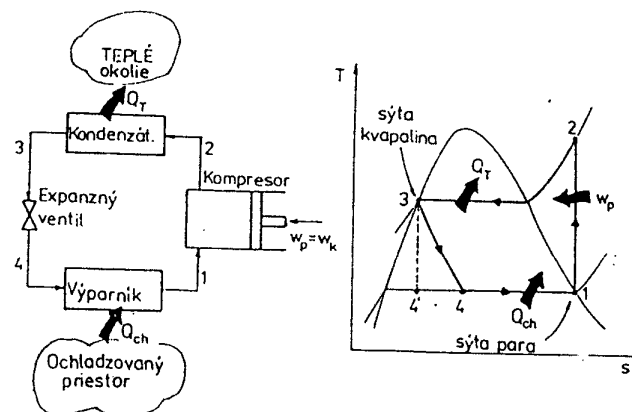


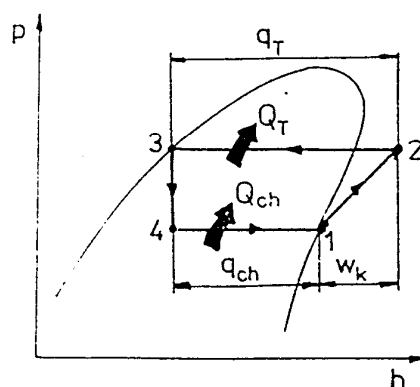
$$q_p = q_{p1} + q_{p2} = (h_3 - h_2) + (h_5 - h_4)$$

$$w_{uz} = w_{T1} + w_{T2} = (h_3 - h_4) + (h_5 - h_6)$$

$$\eta_T = \frac{w_{uz}}{q_p}$$

## CHLADIACE CYKLY





$$\varepsilon_{CH} = \frac{q_{CH}}{w_K} = \frac{h_1 - h_4}{h_2 - h_1} \quad ; \quad \varepsilon_{TC} = \frac{q_T}{w_K} = \frac{h_2 - h_3}{h_2 - h_1}$$

$w_K$  - je technická práca kompresora [J/kg]

$q_{CH}$  - je hmotnostná chladivosť [J/kg]

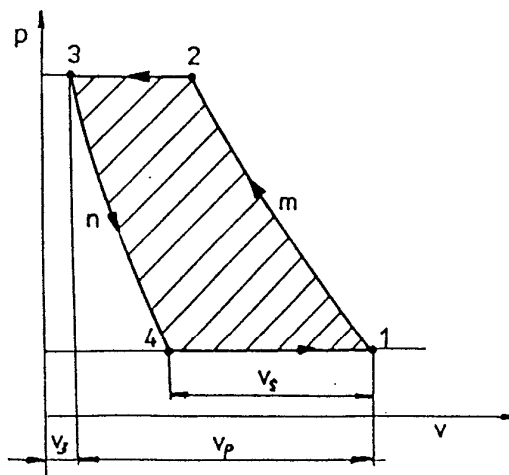
Pre chladenie v kondenzátore platí

$$q_{kond} = q_T = h_2 - h_3$$

Výkony dostaneme ak špecifické hodnoty vynásobíme hmotnostným tokom chladiva  $\dot{m}_{CH}$  [kg/s].

## KOMPRESORY

1. Pre výpočty požadovaných prác na pohon kompresora platia vzťahy zo state Zmeny stavu ideálnych plynov!
2. Objemová účinnosť kompresora



$$\eta_o = \frac{V_s}{V_p} = \frac{V_1 - V_4}{V_1 - V_3} = 1 - \varepsilon_o \left( \pi^{\frac{1}{n}} - 1 \right)$$

$\pi$  - je pomer tlakov na kompresore

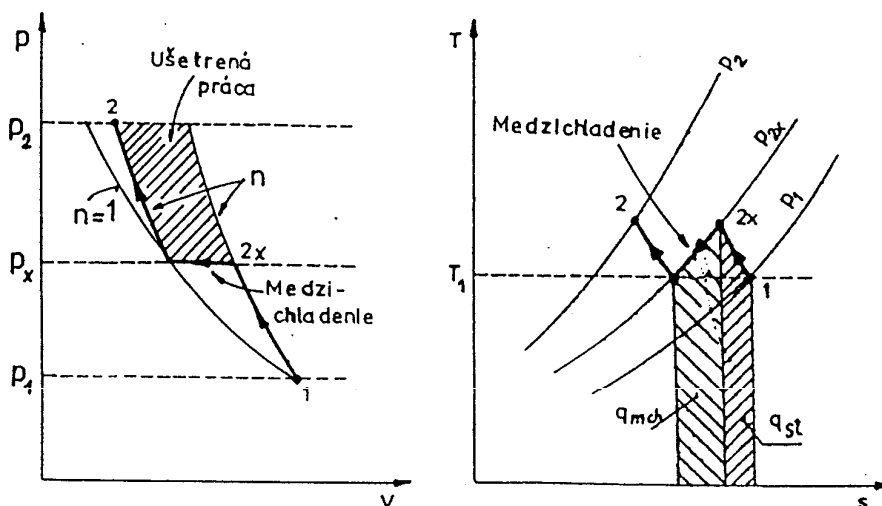
$\varepsilon_o$  - pomerná veľkosť škodlivého priestoru

$$\varepsilon_o = \frac{V_3}{V_p}$$

Pre  $\eta_o = 0$  dosiahne kompresor  $\pi_{\max}$

$$\pi_{\max} = \left( 1 + \frac{1}{\varepsilon_o} \right)^n$$

### 3. Viacstupňová kompresia



Delenie kompresného pomeru

$$\pi_{\text{opt}} = k \sqrt{\frac{p_{\max}}{p_{\text{sacie}}}} = \text{konst}$$

$k$  - počet stupňov

Potom každý stupeň má rovnaký príkon a chladiaci výkon

$$P_K = \dot{m} k w_K$$

$$w_K = \frac{\kappa}{\kappa - 1} r T_1 \left[ 1 - \pi^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} \right] \quad \text{pre adiabatický kompresor}$$

$n = \kappa$  pre polytropický kompresor



Teplo potrebné odoberať v medzichladičoch a dochladzovači

$$\dot{Q} = \dot{m} k c_p (T_2 - T_1)$$

$T_2$  - je teplota plynu po kompresii

Teplo potrebné na chladenie valcov

$$\dot{Q} = \dot{m} k c_n (T_2 - T_1) \text{ pre polytropický kompresor}$$

$$c_n = c_v \frac{n - \kappa}{n - 1}$$

$$\dot{Q} = \dot{W} = \dot{W}_t \text{ pre izotermické kompresory}$$

## VLHKÝ VZDUCH

Zmes ideálnych plynov - suchý vzduch + vodná para, prehriata alebo sýta.

$$p = p_p + p_v \quad [\text{Pa}] \quad \text{tlak zmesi}$$

$p_p$  - parciálny tlak pary [Pa]

$p_v$  - parciálny tlak vzduchu [Pa]

Relatívna vlhkosť vzduchu  $\varphi$  [%]

$$\varphi = \frac{m_p}{m_p''} = \frac{\rho_p}{\rho_p''} = \frac{p_p}{p_p''}$$

$m_p$  - hmotnosť pary v kg pri danom stave

$m_p''$  - hmotnosť pary maximálna pri danom stave (para je sýta) v kg

" - v stave nasýtenia

$$m_p = \frac{p_p V}{r_p T} \quad m_v = \frac{p_v V}{r_v T}$$

Špecifická vlhkosť vzduchu  $x$  [kg<sub>p</sub>/kg<sub>v</sub>]

$$x = \frac{m_p}{m_v} = \frac{r_v}{r_p} \frac{p_p}{p_v} = 0,622 \frac{p_p}{p_v} = 0,622 \frac{p_p}{p - p_p} = 0,622 \frac{\varphi p_p''}{p - \varphi p_p''}$$

$$r_v = 287 \text{ J/kg K}$$

$$r_p = 461,9 \text{ J/kg K}$$

Entalpia vlhkého vzduchu

$$h = c_{p_v} t + x (c_{p_p} t + l_{v_o}) = h_v + x h_p$$

$$c_{p_v} = 1,010 \text{ kJ/kg K}$$

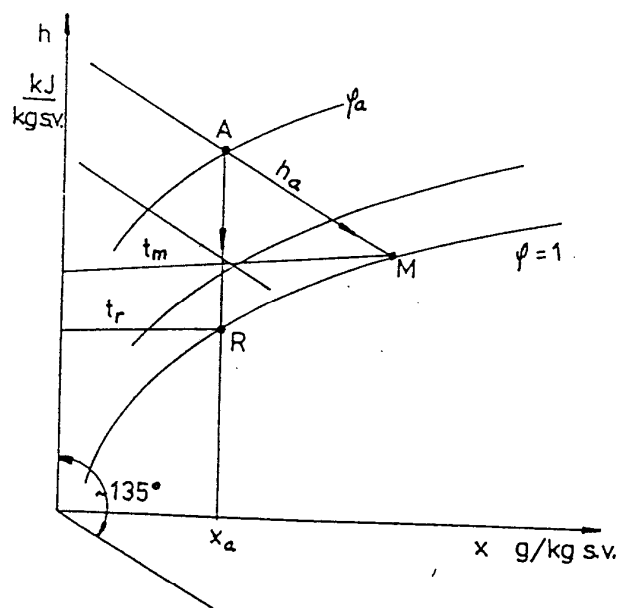
$$c_{p_p} = 1,872 \text{ kJ/kg K}$$

$$l_{v_o} = 2500 \text{ kJ/kg K}$$

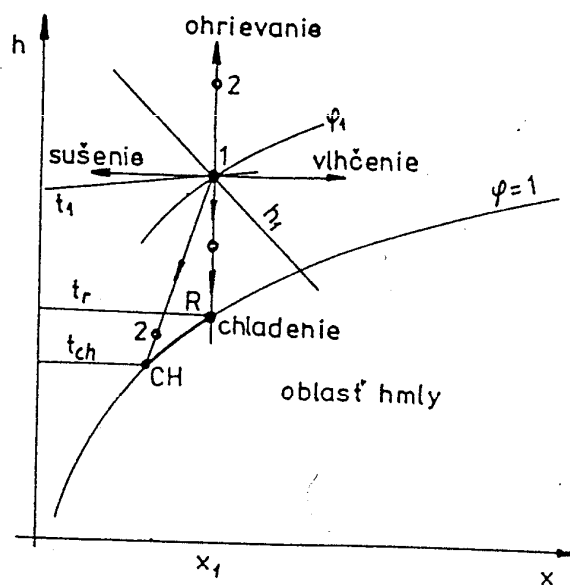
$h_v$  a  $h_p$  je len funkciou teploty

## DIAGRAM h-x VLHKÉHO VZDUCHU (príloha)

Určovanie teplôt mokrého teplomera ( $T_1$ ) a rosného bodu ( $t_R$ ) v h-x diagrame



Základné procesy je možné tiež zakresliť do h-x diagramu.



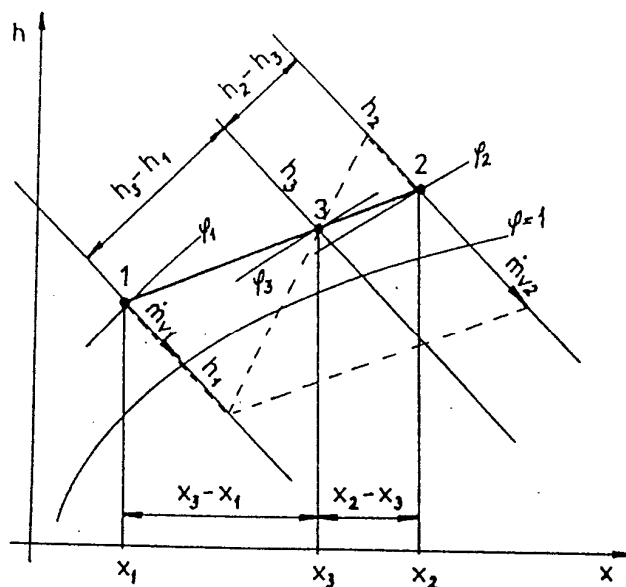
ohrev vlhkého vzduchu pri  $p = \text{konst}$  z  $t_1$  na  $t_2$  ( $x = \text{konst}$ )

$$\dot{Q}_{1,2} = \dot{m}_v (h_2 - h_1) \quad [\text{J/s; W}]$$

Vlhčenie vlhkého vzduchu zo stavu 1 na 2 parou

$$\dot{m}_p = \dot{m}_v (x_2 - x_1) \quad [\text{kg/s}]$$

## MIEŠANIE DVOCH VLHKÝCH VZDUŠNÍN



Prestup tepla z okolia je obyčajne malý, a preto zmiešavací proces považujeme za adiabatický. Pre zmiešavací proces môžeme napísať rovnice zachovania hmotnosti a rovnicu zachovania energie v tvare

hmotnosť suchého vzduchu

$$\dot{m}_{v_1} + \dot{m}_{v_2} = \dot{m}_{v_3}$$

hmotnosť vodnej pary

$$x_1 \dot{m}_{v_1} + x_2 \dot{m}_{v_2} = x_3 \dot{m}_{v_3}$$

rovnica zachovania energie

$$\dot{m}_{v_1} h_1 + \dot{m}_{v_2} h_2 = \dot{m}_{v_3} h_3$$

Elimináciou  $\dot{m}_{v_3}$  z uvedených vzťahov dostaneme

$$\frac{\dot{m}_{v_1}}{\dot{m}_{v_2}} = \frac{x_2 - x_3}{x_3 - x_1} = \frac{h_2 - h_3}{h_3 - h_1}$$



## PRÚDENIE TEKUTÍN STLAČITEĽNÝCH

Rovnica kontinuity  $\dot{m} = \rho c A = \frac{c A}{v}$

$\dot{m}$  - prietoková hmotnosť [kg/s]

$\rho$  - hustota [kg/m<sup>3</sup>]

$v$  - špecifický objem [m<sup>3</sup>/kg]

$A$  - prierez [m<sup>2</sup>]

$c$  - rýchlosť [m/s]

Rovnica energetická (totožná s I. ZTD pre ustálený TDS).

$$dq = dh + d\left(\frac{c^2}{2}\right) + gdz + dw_t$$

Rýchlosť zvuku

$$a = \sqrt{\kappa p v} = \sqrt{\kappa r T} \quad [\text{m/s}]$$

Adiabaticky zabrzdené veličiny stavu (celkové)

$$h_o = h + \frac{c^2}{2} \quad \text{entalpia}$$

$$T_o = T + \frac{c^2}{2c_p} \quad \text{teplota}$$

$$p_o = p \left(\frac{T_o}{T}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa-1}} \quad \text{tlak}$$

$$\frac{T_o}{T} = 1 + \left(\frac{\kappa-1}{2}\right) M^2$$

$$M = \frac{c}{a} \quad \text{je Machovo číslo}$$

$$\frac{p_o}{p} = \left[1 + \frac{\kappa-1}{2} M^2\right]^{\frac{\kappa}{\kappa-1}}$$

Veličiny v kritickom (minimálnom) priereze pri  $M=1$

|                         | Jednoatómové<br>plyny<br>$\kappa = 1,667$ | Vzduch<br>$\kappa = 1,4$ | Horúce spaľ.<br>plyny<br>$\kappa = 1,33$ | Prehriata para<br>$\kappa = 1,3$ |
|-------------------------|-------------------------------------------|--------------------------|------------------------------------------|----------------------------------|
| $\frac{p^*}{p_o}$       | 0,4871                                    | 0,5283                   | 0,5404                                   | 0,5457                           |
| $\frac{T^*}{T_o}$       | 0,7499                                    | 0,8333                   | 0,8584                                   | 0,8696                           |
| $\frac{\rho^*}{\rho_o}$ | 0,6495                                    | 0,6340                   | 0,6295                                   | 0,6276                           |

## VÝSTUPNÉ RÝCHLOSTI Z DÝZY

$$c_e = \sqrt{2(h_o - h_e)} = \sqrt{2c_p(T_o - T_e)} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa - 1} r T_o \left(1 - \frac{T_e}{T_o}\right)}$$

$$\frac{T_e}{T_o} = \left(\frac{p_e}{p_o}\right)^{\frac{\kappa - 1}{\kappa}}$$

Obmedzenie výtokovej rýchlosti z dýzy je iba v prípade, že dýza je konvergentná (zúžujúca sa). Pri tejto dýze je výtoková rýchlosť obmedzená rýchlosťou zvuku na výstupe t.j. pri

$$\frac{p_e}{p_o} \leq \left(\frac{2}{\kappa + 1}\right)^{\frac{\kappa}{\kappa - 1}} \leq 0,528 \quad (\text{pre } \kappa = 1,4)$$

$$\frac{T_e}{T_o} = 0,833 \quad (\text{pre } \kappa = 1,4)$$

V prípade kritického výtoku môže sa výtoková rýchlosť vypočítať z rovnice

$$c_K = \sqrt{\kappa r T_K} = \sqrt{2 \frac{\kappa}{\kappa + 1} r T_o}$$

V prípade, že do dýzy už vstupuje plyn rýchlosťou  $c_1$  používame rovnicu

$$c_e = \sqrt{2(h_1 - h_e) + c_1^2} = \sqrt{2c_p(T_1 - T_e) + c_1^2}$$

$h_1$  je termodynamická entalpia prúdu

$T_1$  - termodynamická teplota prúdu

Medzi veličinami adiabatického zabrzdenia  $T_o$ ,  $h_o$  a termodynamickými veličinami  $h$ ,  $T$  platia známe vzťahy

$$h_o = h + \frac{c^2}{2}$$

$$T_o = T + \frac{c^2}{2c_p}$$

## HMOTNOSTNÝ TOK DÝZOU (HUSTOTA HMOTNOSTNÉHO TOKU)

Určuje sa prakticky z rovnice kontinuity

$$\dot{m} = \rho A c = \frac{A c}{v} \quad [\text{kg/s}] \quad \frac{\dot{m}}{A} = \rho c \quad \text{hustota hmot. toku} \quad \left[ \frac{\text{kg}}{\text{m}^2 \text{s}} \right]$$

$A$  - prierez  $\text{m}^2$

$v$  - špec. objem  $[\text{m}^3/\text{kg}]$

$\rho$  - hustota  $[\text{kg}/\text{m}^3]$

$c$  - rýchlosť  $[\text{m}/\text{s}]$

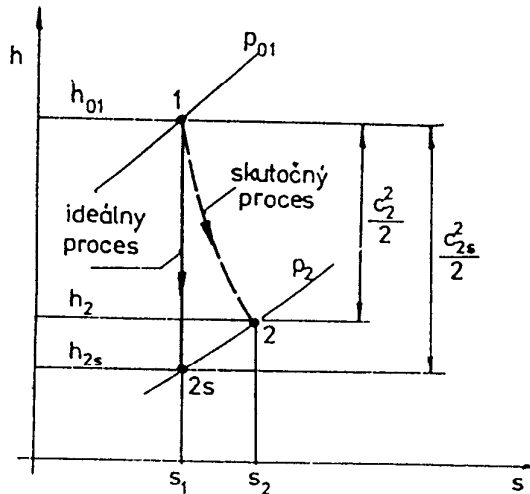
Všetky veličiny v danom mieste dýzy.

## DĚLKA DÝZY ROZŠÍRUJÚCEJ SA

$$l = \frac{d_2 - d_{\min}}{2 \operatorname{tg}\left(\frac{\alpha}{2}\right)}$$

## SKUTOČNÉ PRÚDENIE PLYNOV

### 1. Dýzy



$$\eta_D = \frac{\frac{c_2^2}{2}}{\frac{c_{2,s}^2}{2}} = \frac{c_2^2}{c_{2,s}^2} = \frac{h_{01} - h_2}{h_{01} - h_{2,s}} \quad \text{účinnosť dýzy}$$

$c_2$  - skutočná rýchlosť výtoku

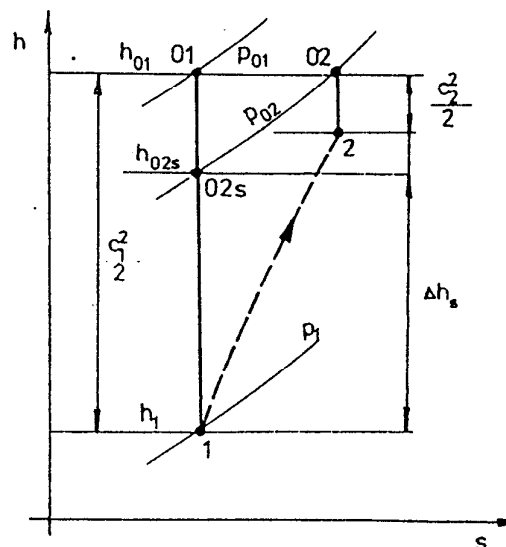
$c_{2,s}$  - výtoková rýchlosť z izoentropickej dýzy

$$\varphi = \frac{c_2}{c_{2,s}}$$

$$\xi = \frac{\Delta h_s - \Delta h}{\Delta h_s} = 1 - \frac{\Delta h}{\Delta h_s}$$

$$\eta_D = 1 - \xi = \varphi^2$$

### 2. Difúzory



$$\eta_{\text{dif}} = \frac{\Delta h_s}{\frac{c_1^2}{2}} = \frac{h_{o2s} - h_1}{h_{o1} - h_1}$$

$\Delta h_s$  - skutočná kinetická energia schopná premeny na vzrast tlaku

$\frac{c_1^2}{2}$  - maximálna kinetická energia použiteľná na vzrast tlaku

Ak výstupná rýchlosť z difúzora je zanedbateľná  $p_{o2} = p_2$  a pre difúzor s ideálnym plynom platí

$$\eta_{\text{dif}} = \frac{T_{o2} - T_1}{T_2 - T_1} = \frac{\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^{\frac{\kappa-1}{\kappa}} - 1}{\frac{\kappa-1}{2} M_1^2}$$

© Vydala Katedra tepelnej techniky ako podklady ku skúške.

Spracovali: Doc. Ing. Ernest Kabát, CSc.

Ing. Dušan Jurčovič

Ing. Kvetoslava Schätzlová

Počet výtlačkov: 40 ks

Bratislava, 1997