EDÍCIA SKRÍPT

Konštrukčná geometria

Pracovné listy a úlohy

Dagmar Szarková
Daniela Velichová

STU SjF
SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
STROJNÍCKA FAKULTA

SPEKTRUM STU

Konštrukčná geometria

Pracovné listy a úlohy

Dagmar Szarková
Daniela Velichová

SLOVENSKÁ TECHNICKÁ UNIVERZITA V BRATISLAVE
2018

Všetky práva vyhradené. Nijaká časť textu nesmie byť použitá na ďalšie šírenie akoukoľvek formou bez predchádzajúceho súhlasu autorov alebo vydavateľstva.

© RNDr. Dagmar Szarková, PhD., doc. RNDr. Daniela Velichová, CSc.

Recenzenti: RNDr. Margita Vajsáblová, PhD.
Mgr. Božena Koreňová, ArtD.

Schválila Vedecká rada Strojníckej fakulty STU v Bratislave.

ISBN 978-80-227-4781-3
ISBN 978-80-227-3830-9 (1. vyd., r. 2012)

Úvod

Zbierka pracovných listov a úloh z Konštrukčnej geometrie obsahuje výber základných stereometických úloh na konštrukčné riešenie v dvoch zobrazovacích metódach – Mongeova projekcia a kolmá axonometria, ďalej úlohy o jednoduchých plochách a telesách v týchto zobrazovacích metódach, ako aj základné úlohy o krivkách a plochách najčastejšie sa vyskytujúcich v strojárskej konštrukčnej praxi – skrutkovica a interpolačné krivky, rozvinuteľné priamkové plochy, rotačné a kvadratické plochy, plochy skrutkové a obalové.

Zbierka je doplnkom učebnice Daniela Velichová: Konštrukčná geometria, Vydavateľstvo STU v Bratislave, 2003, pre rovnomenný predmet na Strojníckej fakulte STU v Bratislave. Pracovné listy sú koncipované ako grafické predlohy slúžiace na priame riešenie úloh počas cvičení z predmetu Konštrukčná geometria, úlohy zadané textom slúžia na samostatné riešenie a praktické precvičovanie konštrukcií, ktoré sú obsahom predmetu.

Autorky zbierky sa striktne pridržiavajú štandardného označenia geometrických útvarov v súlade s označením v učebnici. Body sú označované veľkými písmenami A, B, ..., priamky a krivky malými písmenami a, b, ..., k, m, s, ..., roviny malými písmenami gréckej abecedy α, β, ...

Označovanie priemetov geometrických útvarov, ktoré sa vyskytujú v úlohách na jednotlivých pracovných listoch, je nasledujúce:

- združené priemety bodu A, priamky a, krivky k, roviny α v Mongeovej projekcii A_1, a_1, k_1, α_1 – pôdorys, A_2, a_2, k_2, α_2 – nárys,
- priemet súradnicovej osi x – združovacia os $x_{1,2}$,
- združené priemety bodu A, priamky a, krivky k, roviny α v axonometrii A, a, k, α – axonometrický priemet, A_1, a_1, k_1, α_1 – axonometrický pôdorys, A_2, a_2, k_2, α_2 – axonometrický nárys, A_3, a_3, k_3, α_3 – axonometrický bokorys,
- priemety súradnicových osí x, y, z – axonometrický osový kríž xyz.

Označovanie vzájomných relácií a vzťahov (metrických aj polohových) medzi jednotlivými útvarmi je uvádzané v súlade s platnou jednotnou matematickou symbolikou.

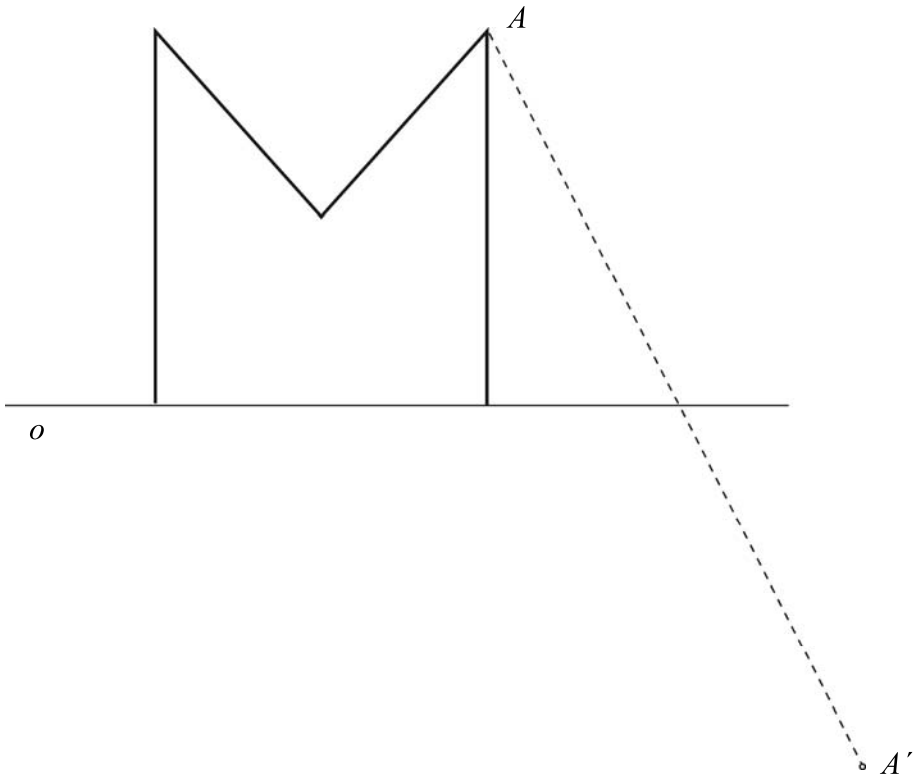
Pracovné listy zaradené na začiatku zbierky obsahujú úlohy zoradené podľa jednotlivých tematických celkov v poradí, v akom sa budú postupne riešiť na cvičeniach. V závere zbierky sú zaradené slovné úlohy na riešenie komplexných úloh konštrukčnej geometrie vyžadujúce vlastné zobrazenie geometrických útvarov v požadovanej zobrazovacej metóde a následné riešenie danej konštrukčnej úlohy.

Predkladaná zbierka je súhrnom vybraných konštrukčných úloh komplexne pokrývajúcich obsah predmetu Konštrukčná geometria a predstavuje dostatočný výber úloh na precvičenie a úspešné zvládnutie jeho obsahu.

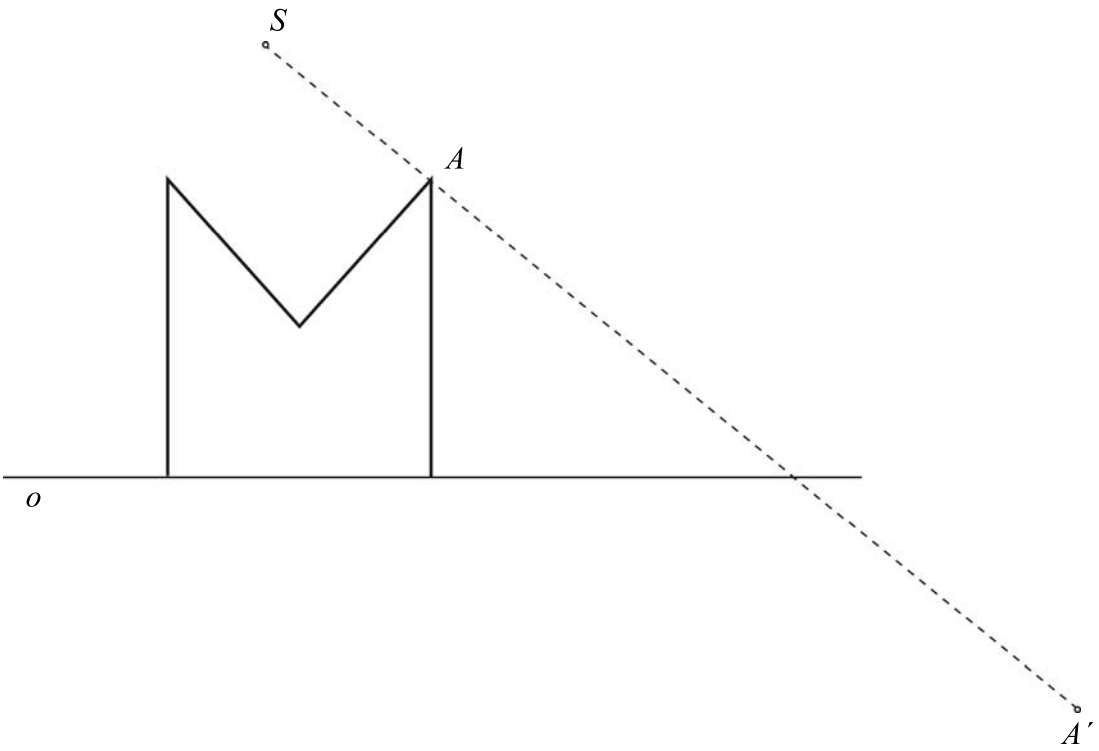
Autorky

Osová afinita a stredová kolineácia

1. Zobrazte afinne združený útvar k útvaru v tvare písmena M, ak poznáte os o afinity a dvojicu odpovedajúcich si bodov $A \to A'$.

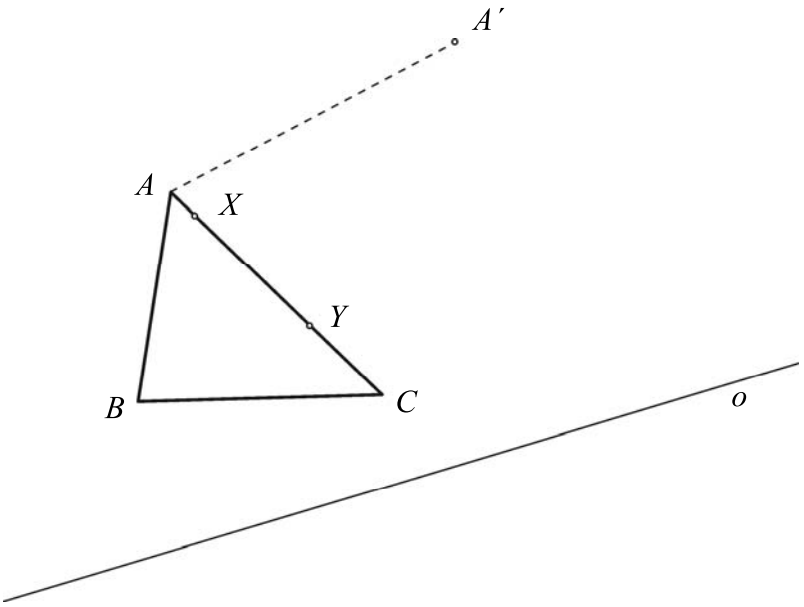


2. Zobrazte kolineáne združený útvar k útvaru v tvare písmena M, ak poznáte os o kolineácie, stred S a dvojicu odpovedajúcich si bodov $A \to A'$.

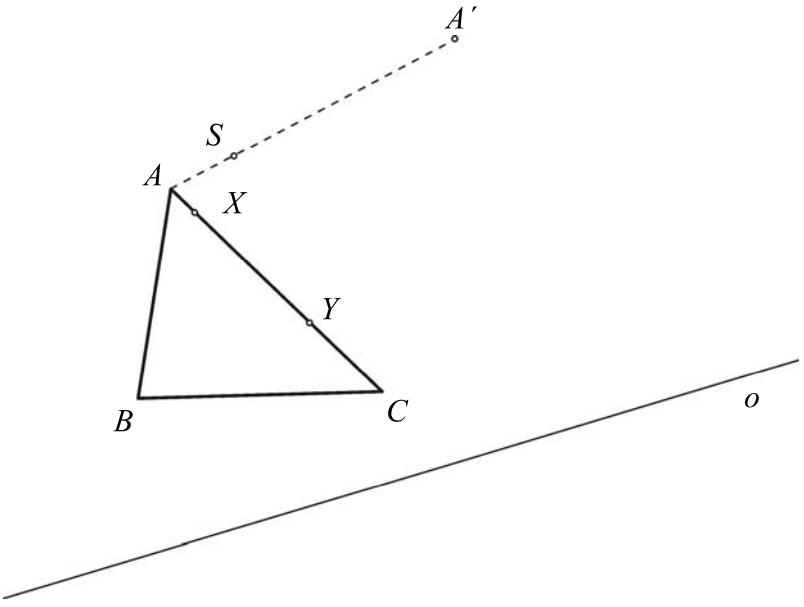


3. Zobrazte združené body B', C', X', Y' k bodom B, C, X, Y

a) v osovej afinite, ak poznáte os o afinity a dvojicu odpovedajúcich si bodov $A \to A'$,

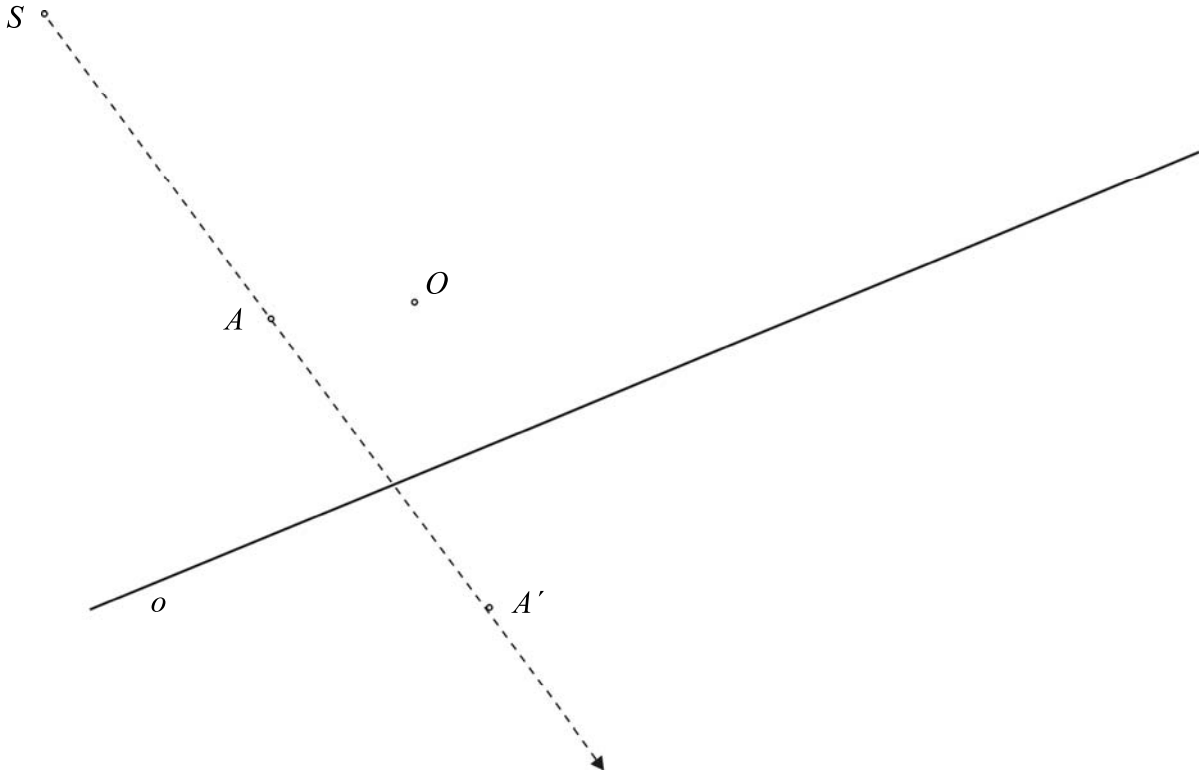


b) v stredovej kolineácii, ak poznáte os o kolineácie, stred S a dvojicu odpovedajúcich si bodov $A \to A'$.

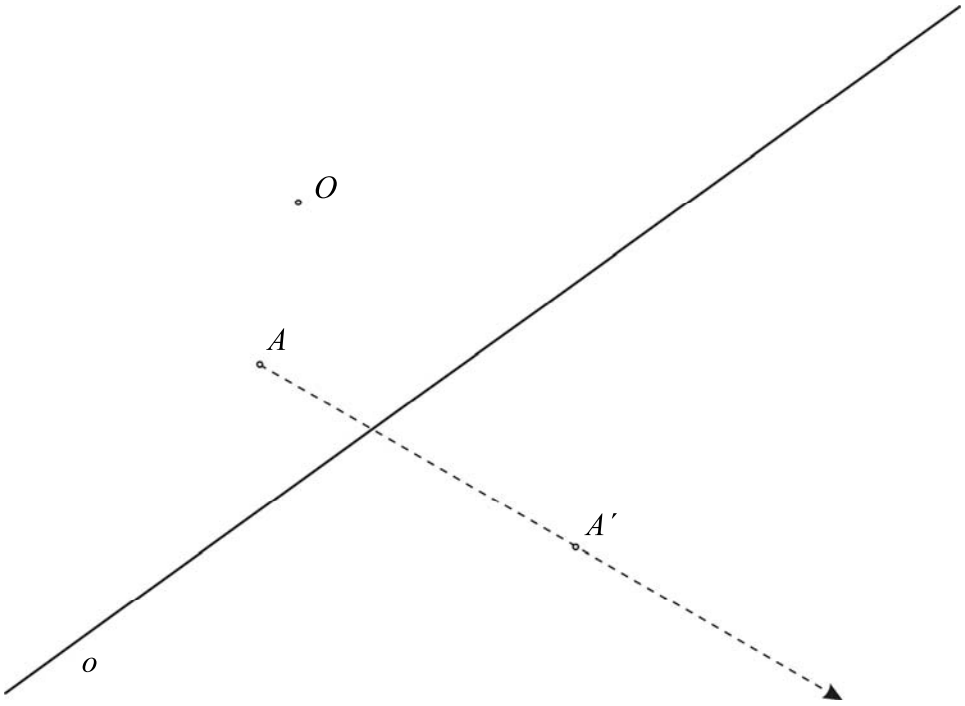


4. Zostrojte obraz pravidelného šesťuholníka (so stredom O a vrcholom A)

a) v stredovej kolineácii určenej stredom S, osou o a dvojicou odpovedajúcich si bodov A, A',

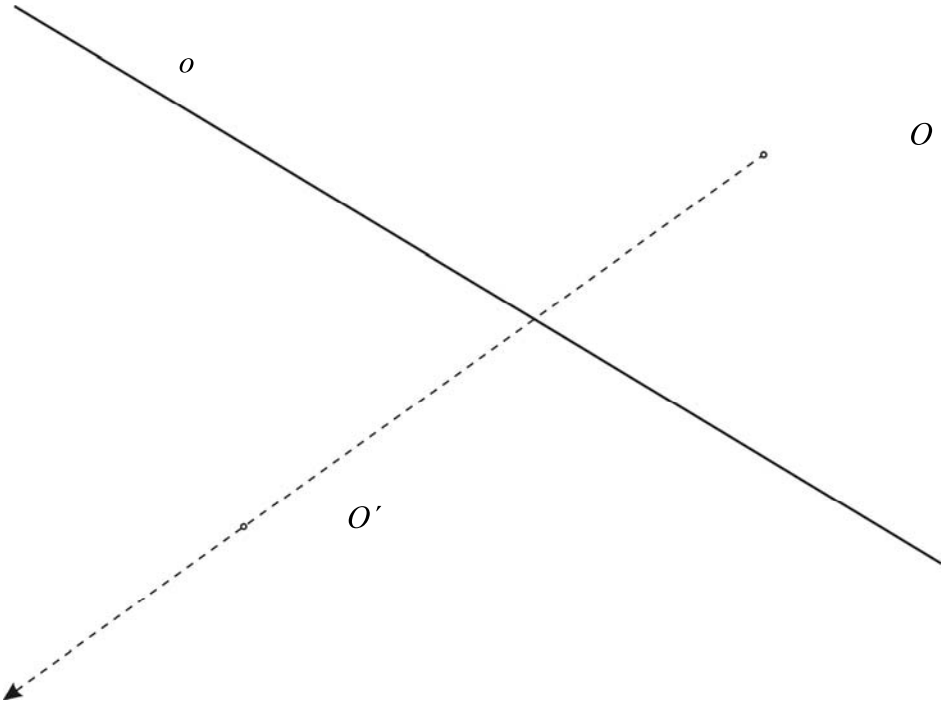


b) v osovej afinite určenej dvojicou odpovedajúcich si bodov v smere $s = AA'$ a osou o.

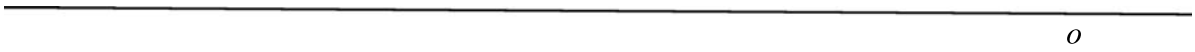


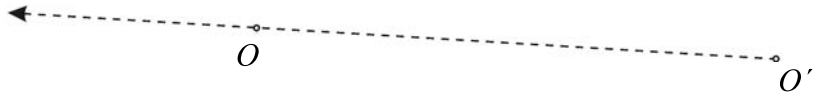
5. Zostrojte elipsu, ktorá je obrazom kružnice $k(O, r = 3\text{ cm})$ v osovej afinite určenej osou o a dvojicou odpovedajúcich si bodov v smere $s = OO'$ a zostrojte

   a) združené priemery elipsy,



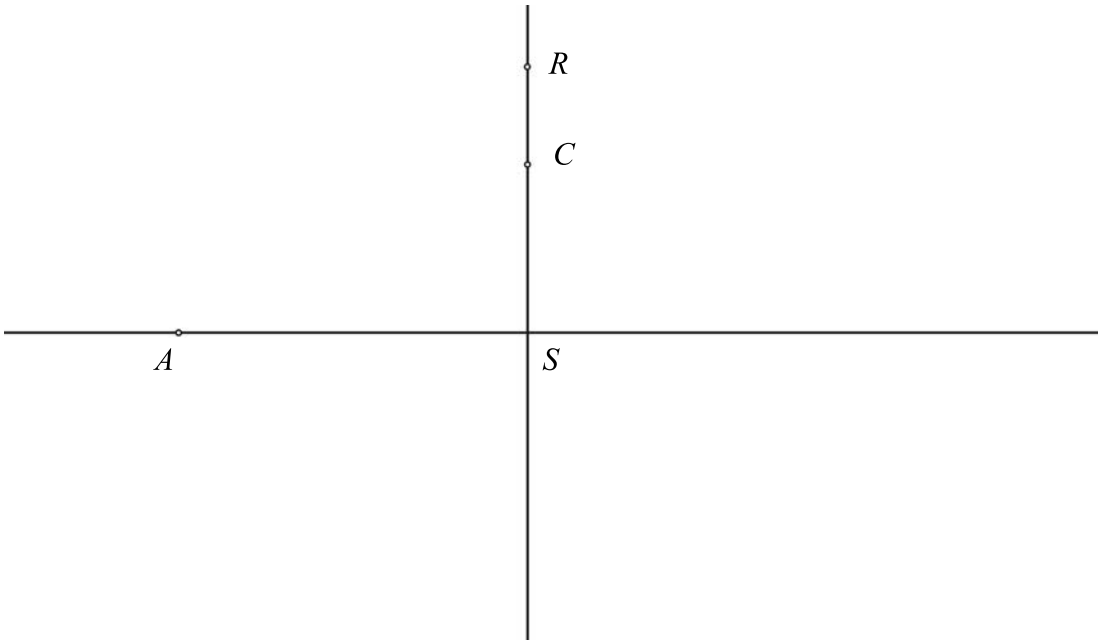
   b) osi elipsy.



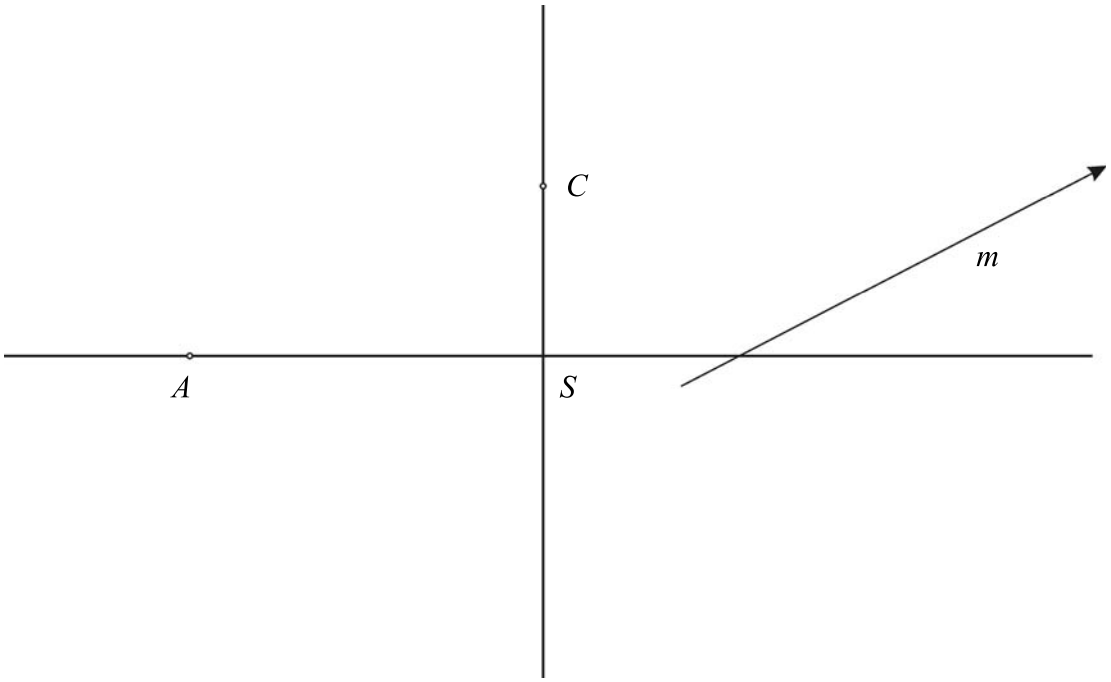


6. Zostrojte dotyčnice elipsy $e = (A, S, C)$ určenej hlavným vrcholom A, vedľajším vrcholom C a stredom S, ktoré

   a) prechádzajú daným bodom R,

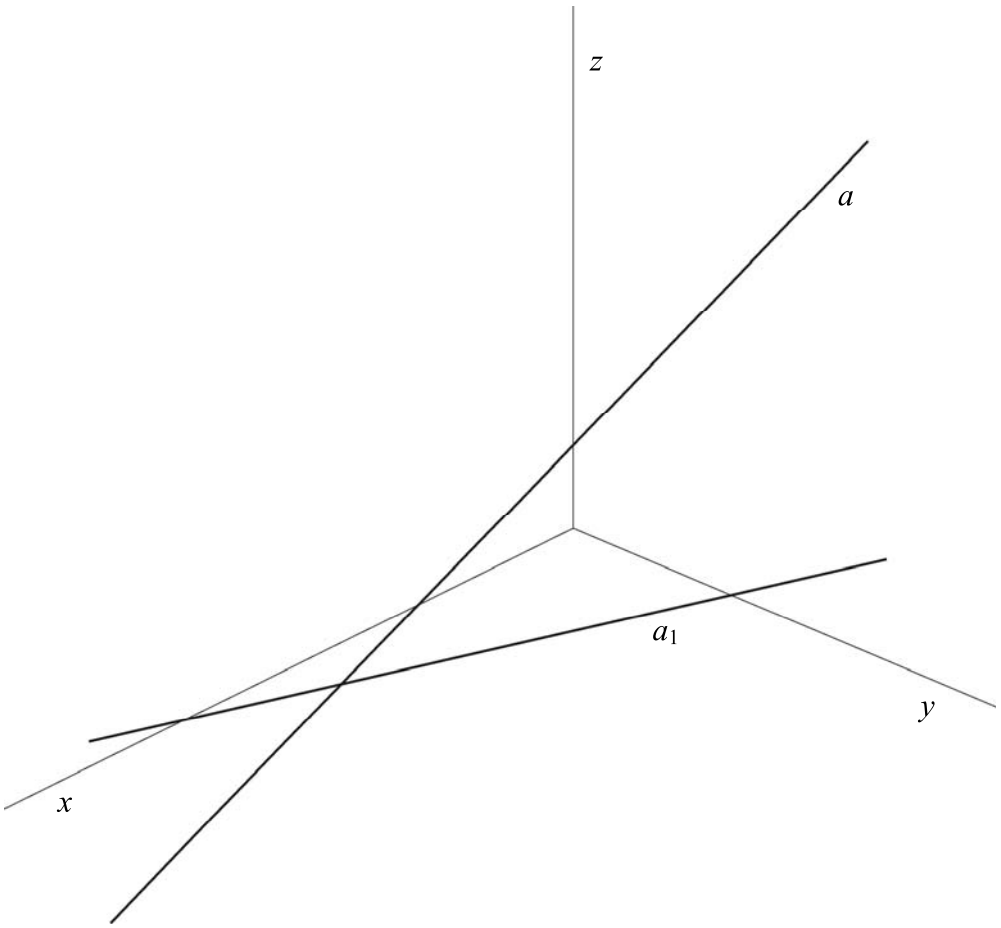


   b) majú daný smer m.

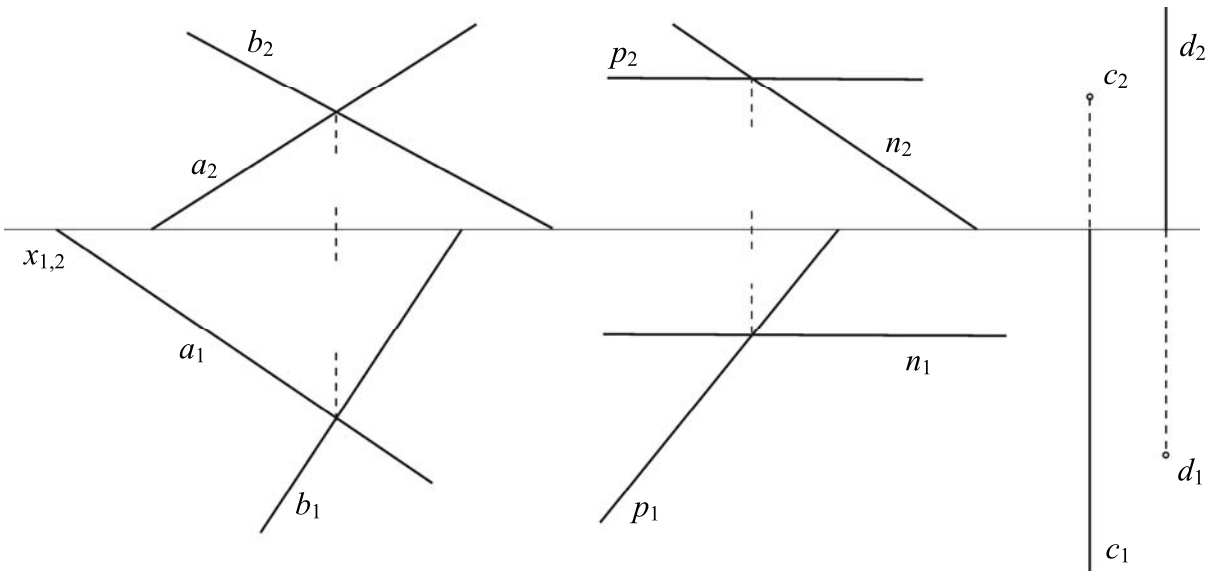


Základné úlohy v Mongeovej projekcii a axonometrii

1. a) Zobrazte stopníky priamky a a doplňte chýbajúce axonometrické priemety priamky a.

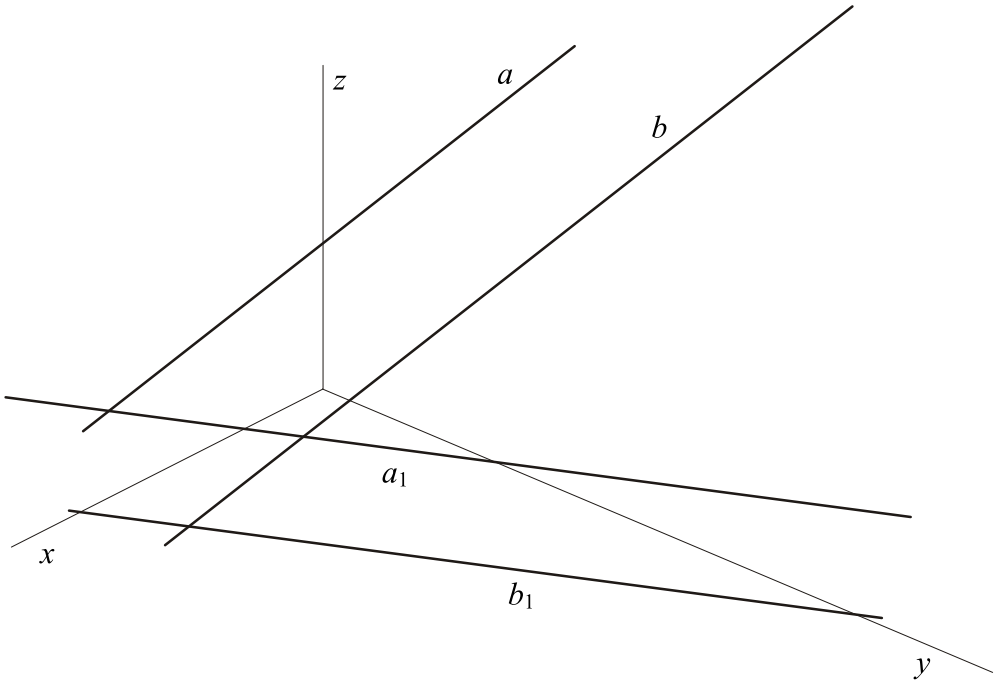


b) Zobrazte stopníky priamok a priamky načrtnite v axonometrii.

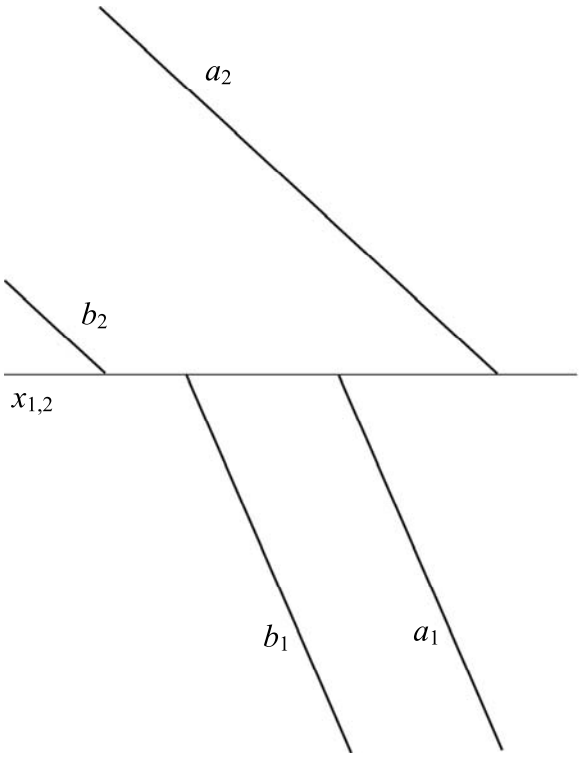


2. Zobrazte stopy roviny, ktorá je určená

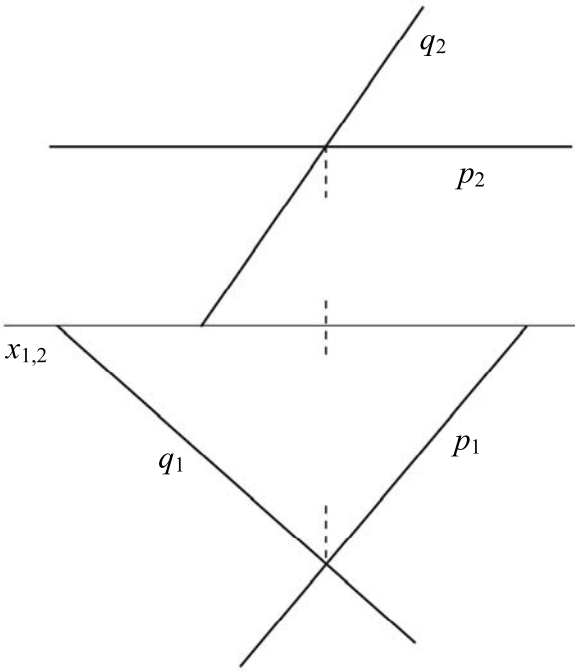
a) dvoma rovnobežnými priamkami a, b,



b) dvoma rovnobežnými priamkami a, b,

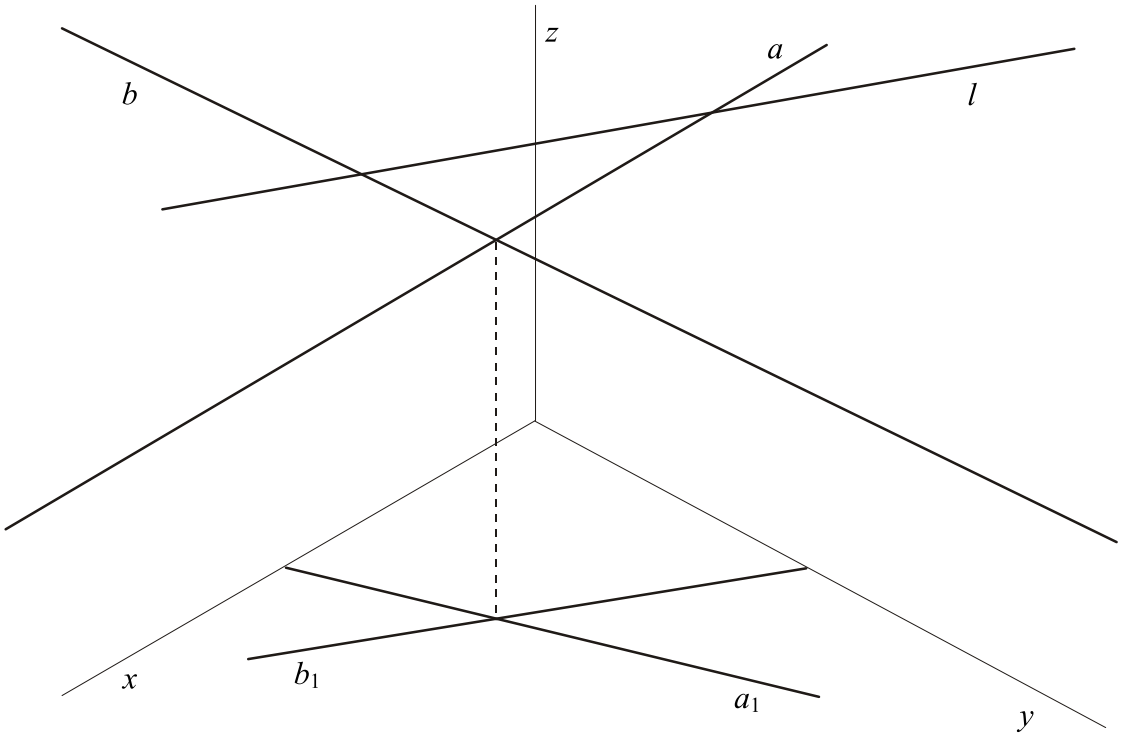


c) dvoma rôznobežnými priamkami p, q.

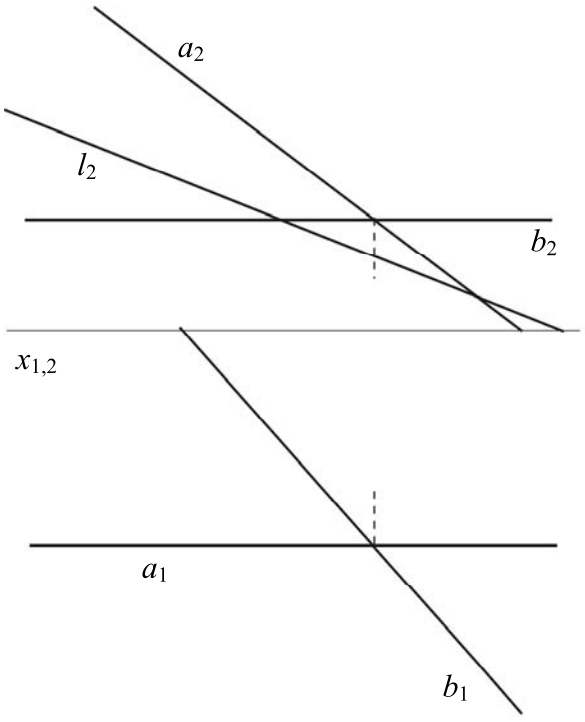


3. Nájdite chýbajúci priemet priamky l, ktorá leží v rovine určenej dvoma rôznobežnými priamkami a, b

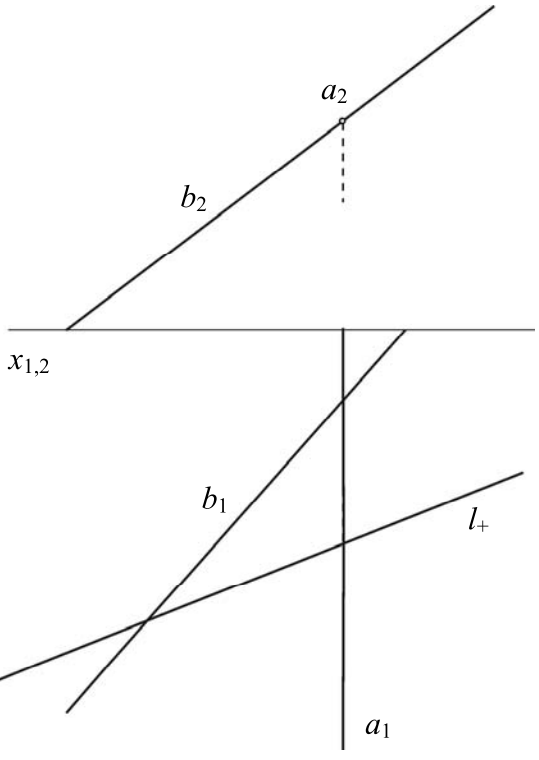
a)



b)

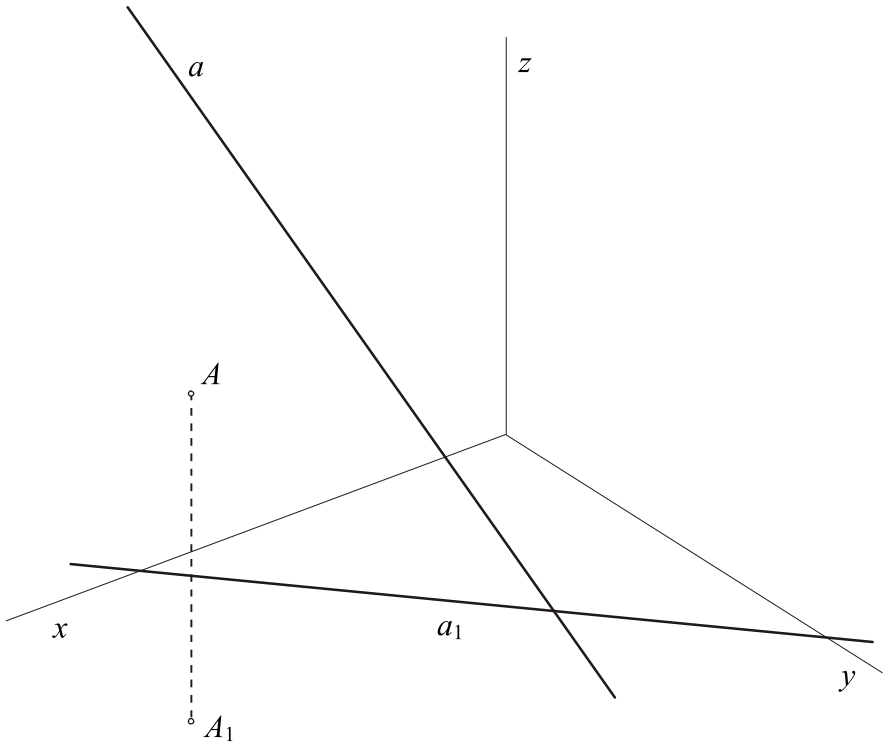


c)

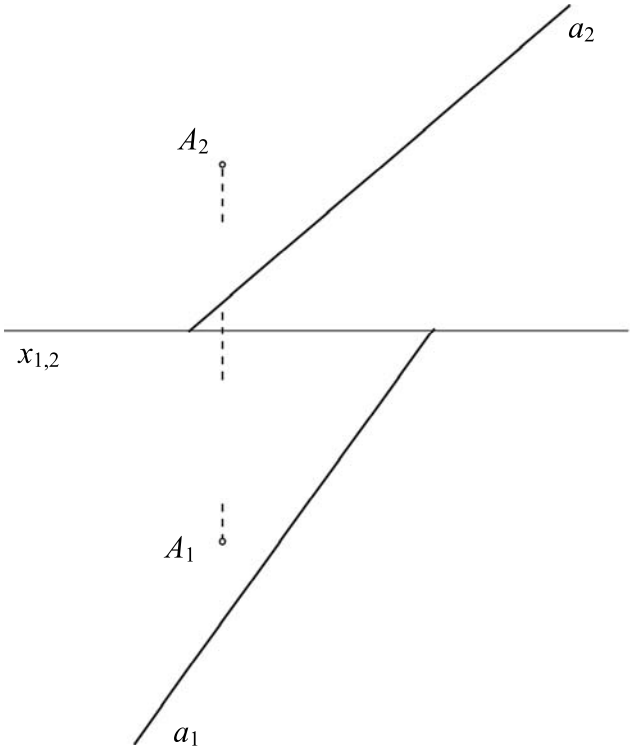


4. Zobrazte hlavné priamky roviny α, ktoré prechádzajú bodom A, ak

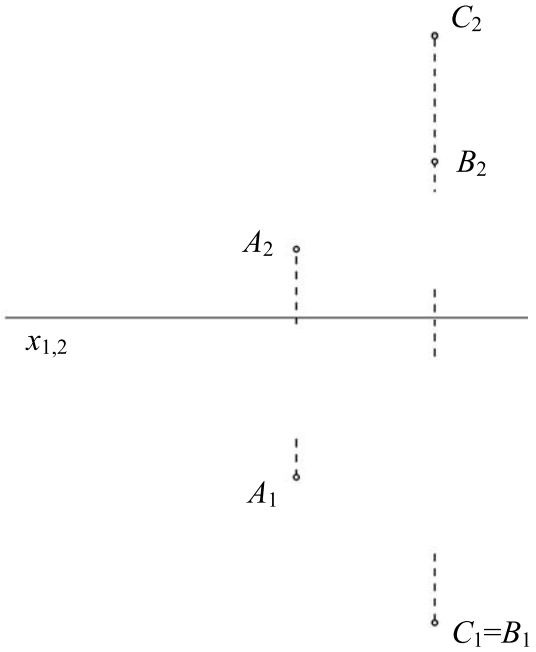
a) $\alpha = Aa$



b) $\alpha = Aa$

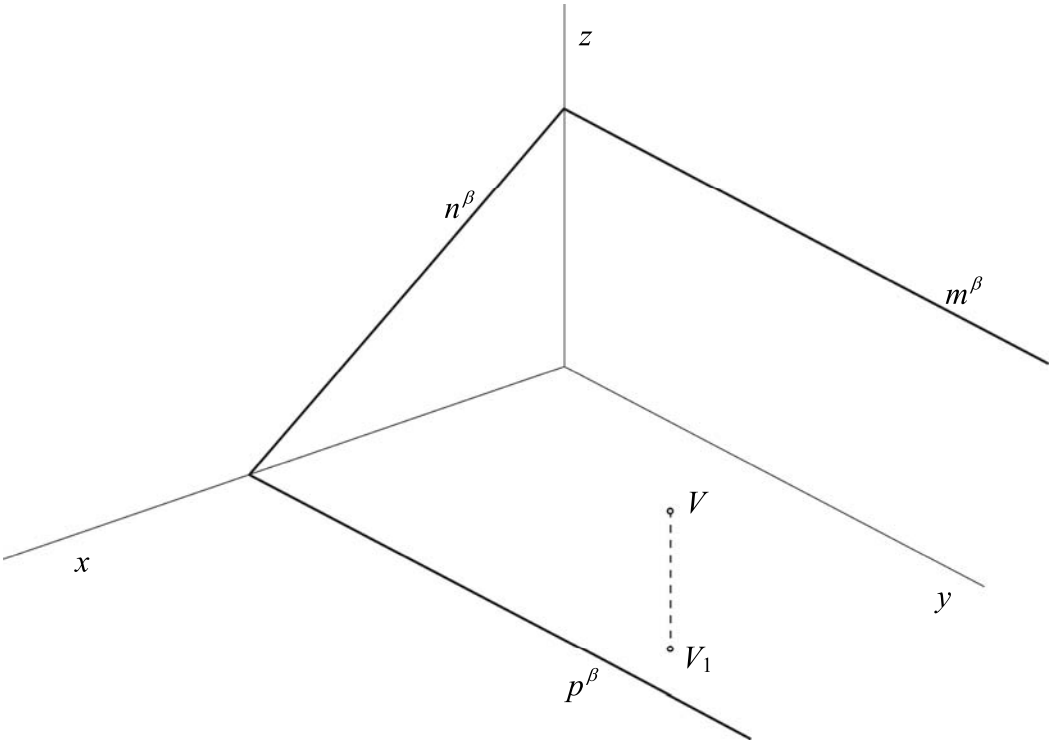


c) $\alpha = ABC$

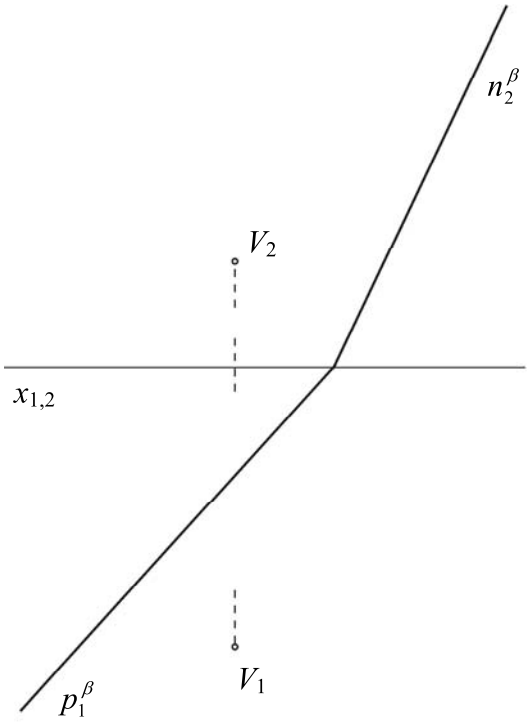


5. Zobrazte rovinu σ, ktorá prechádza bodom V a je rovnobežná s rovinou $\beta = p^\beta, n^\beta$

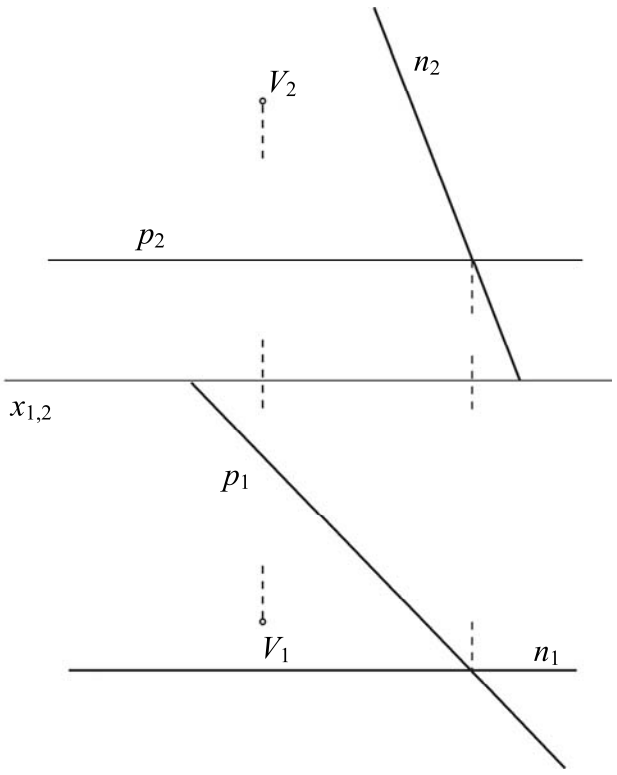
a)



b) $\beta = p^\beta, n^\beta$

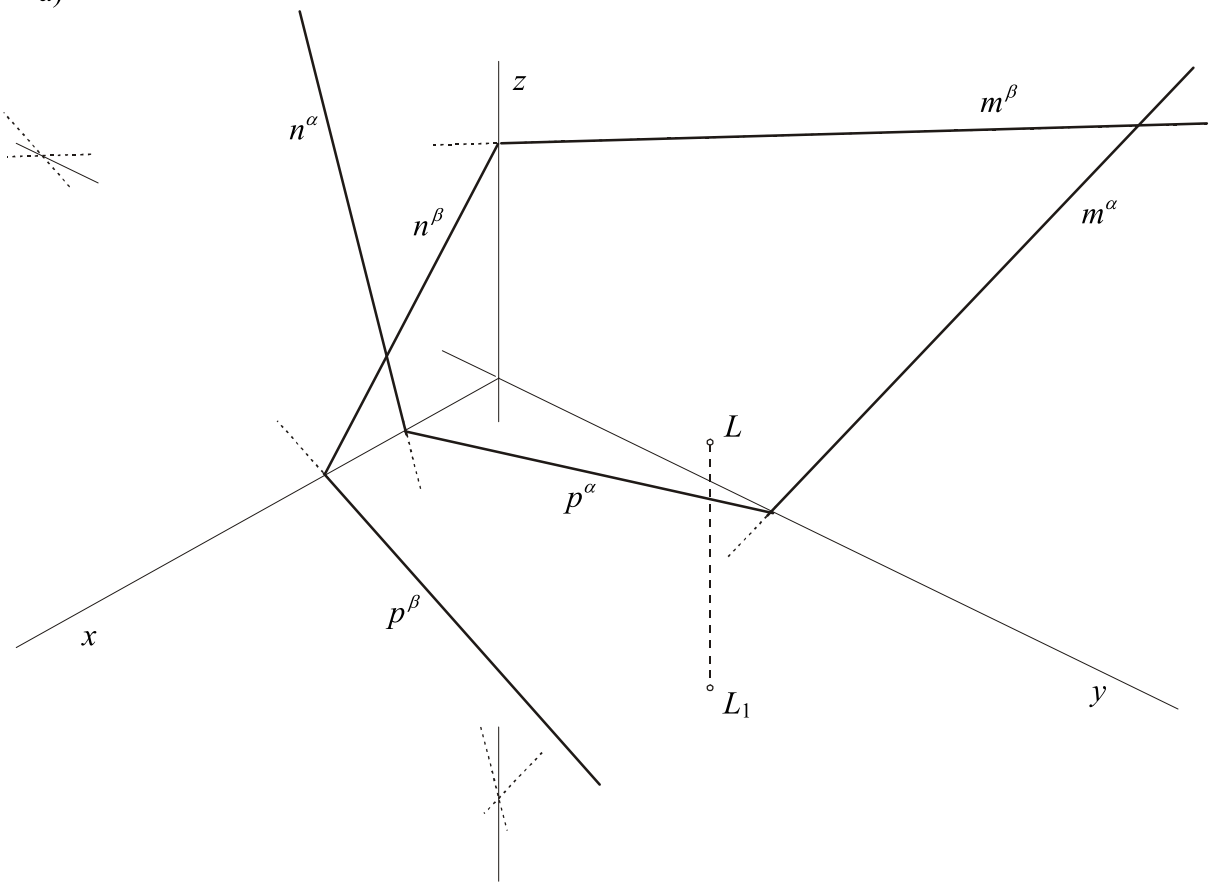


c) $\beta = pn$

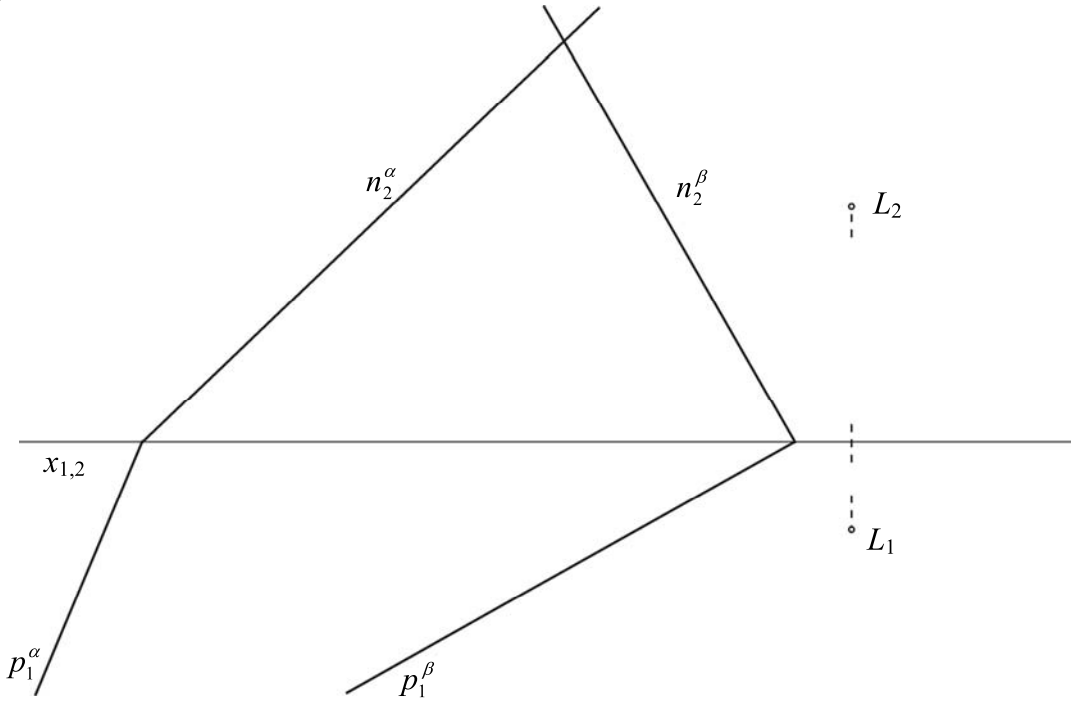


6. Zobrazte priamku l, ktorá prechádza bodom L a je rovnobežná s rovinami α a β.

a)

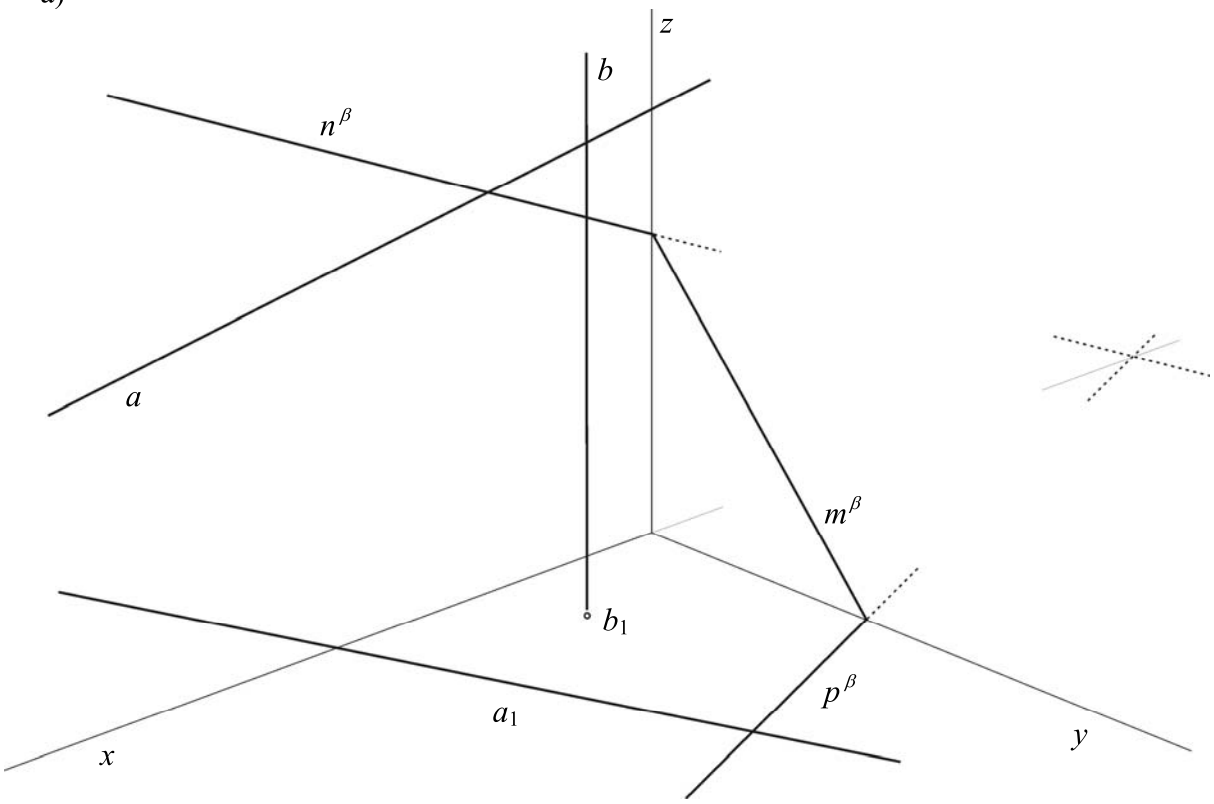


b)

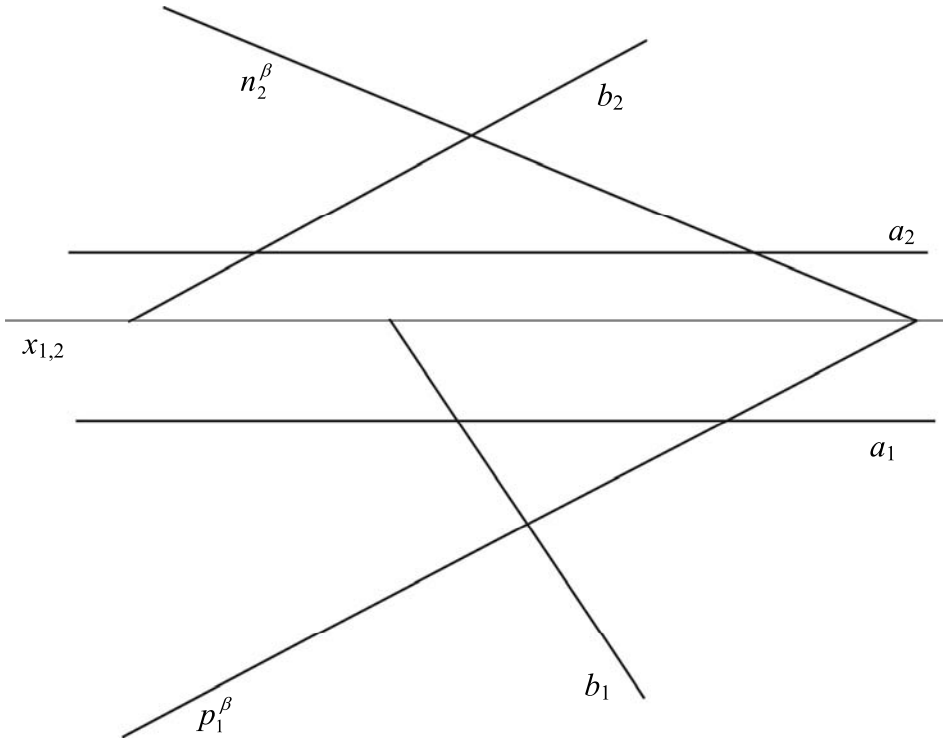


7. Zobrazte priečku mimobežiek a, b, ktorá leží v rovine β.

a)

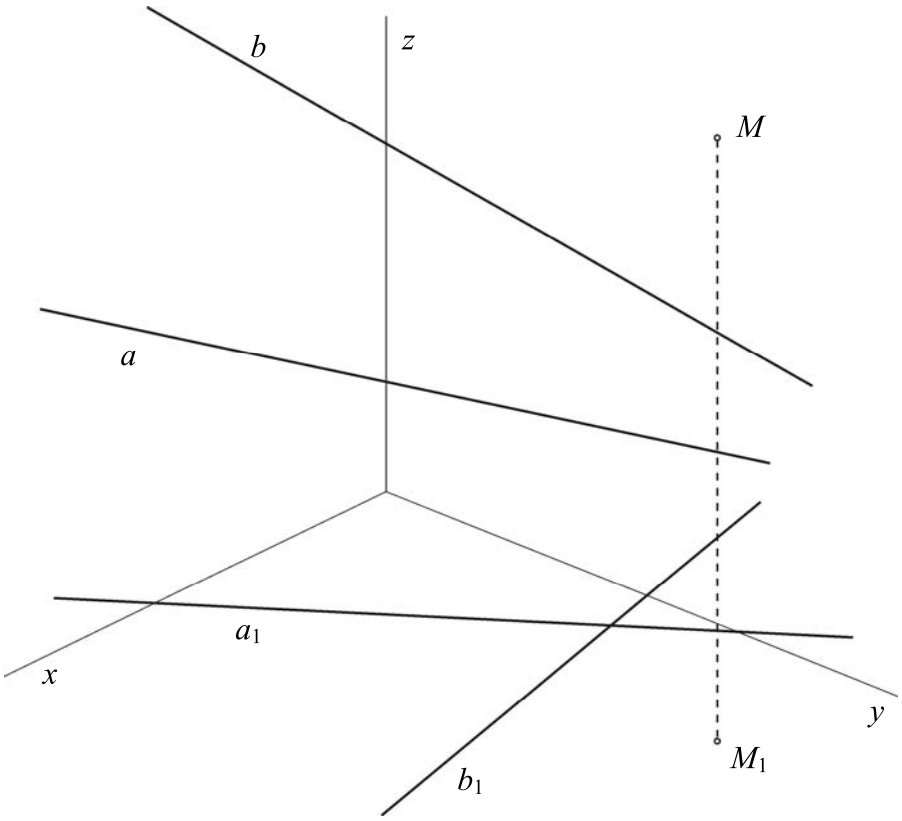


b)

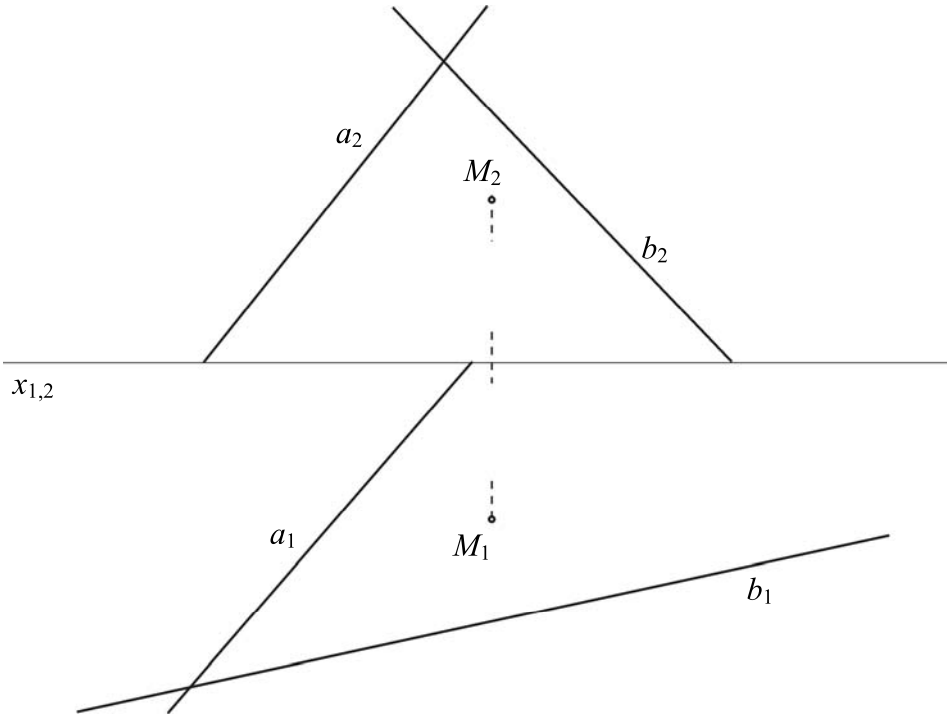


8. Zobrazte priečku mimobežiek a, b, ktorá prechádza bodom M

a)

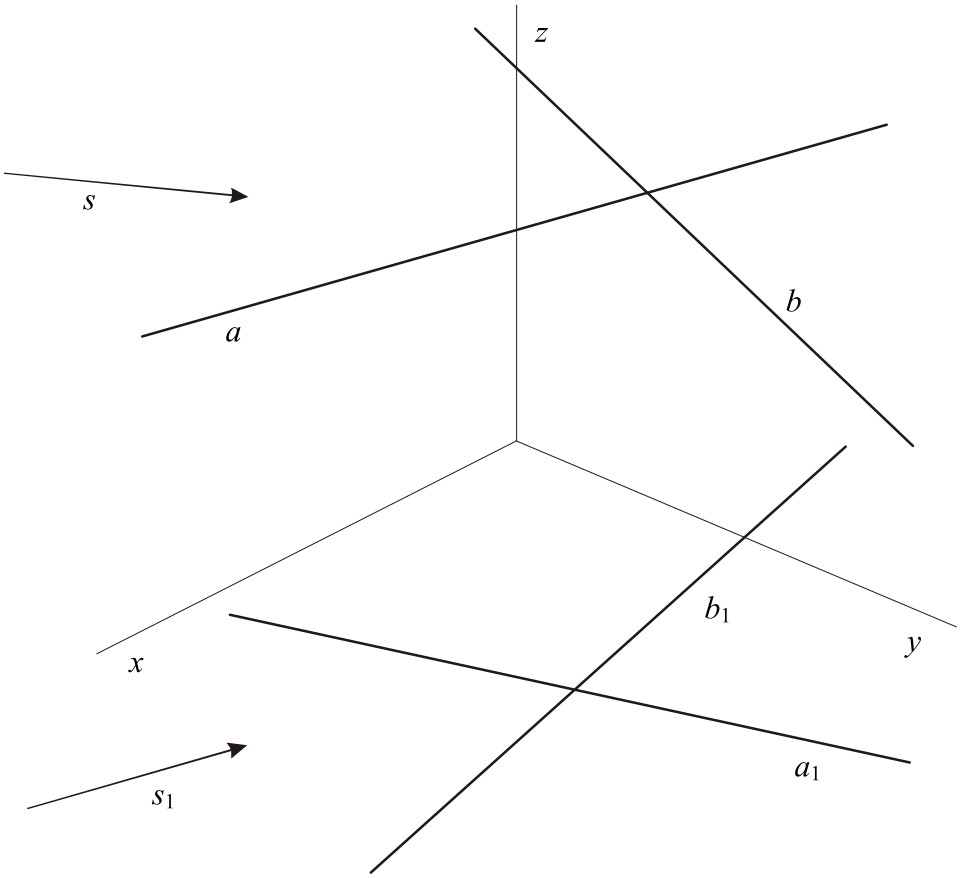


b)

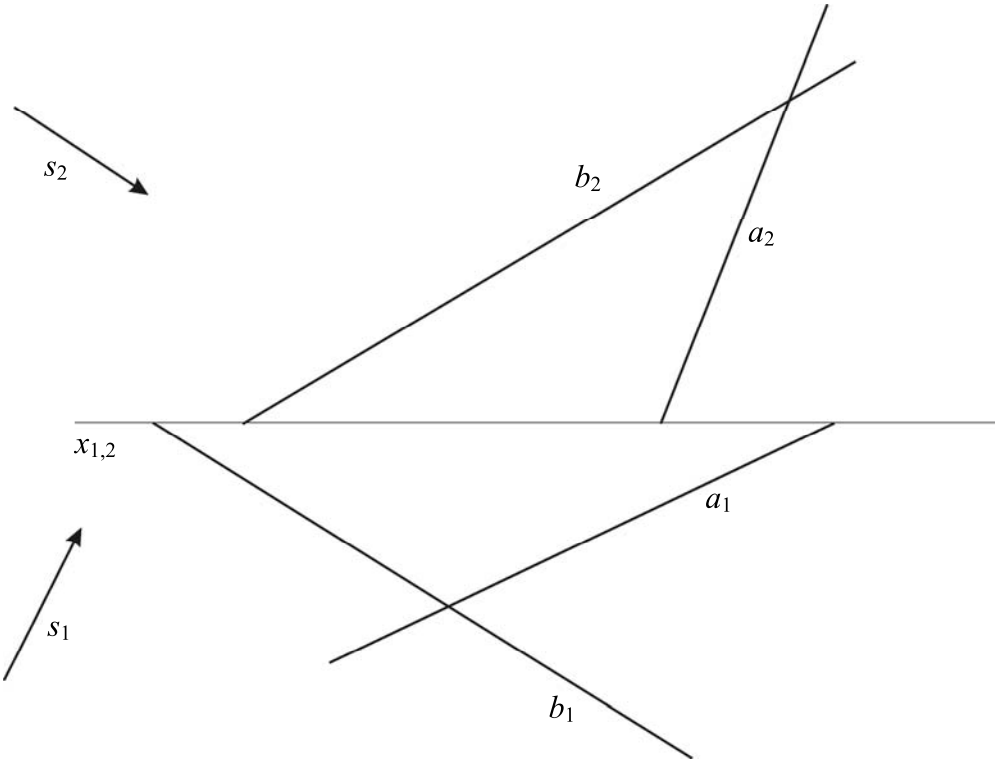


9. Zobrazte priečku mimobežiek a, b rovnobežnú so smerom s

a)

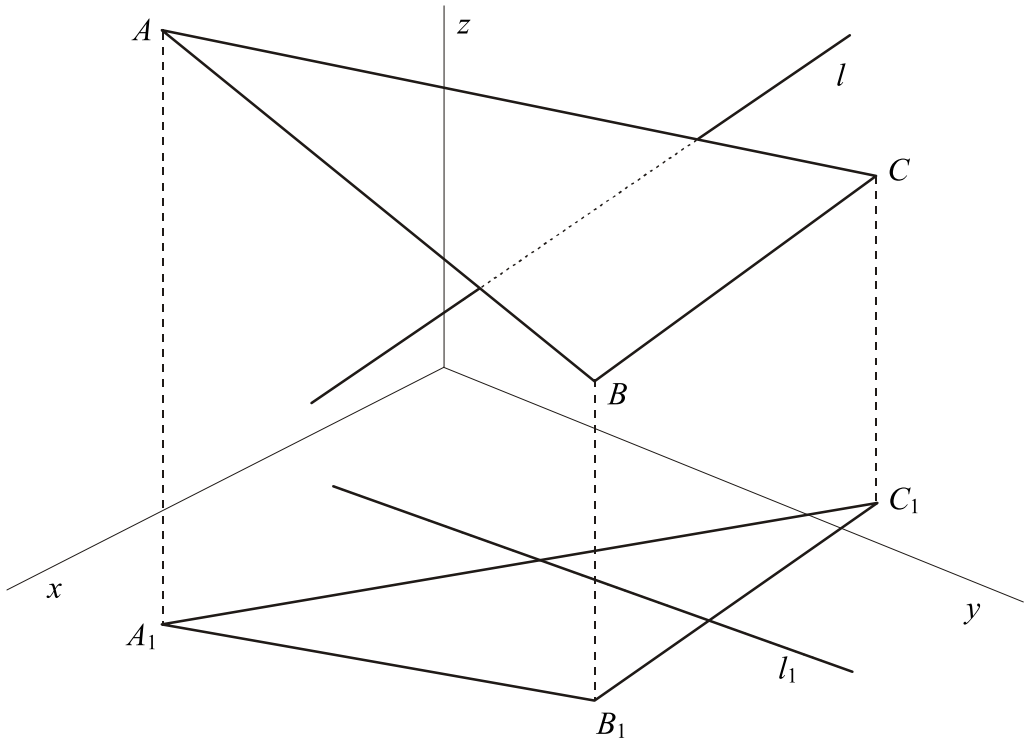


b)

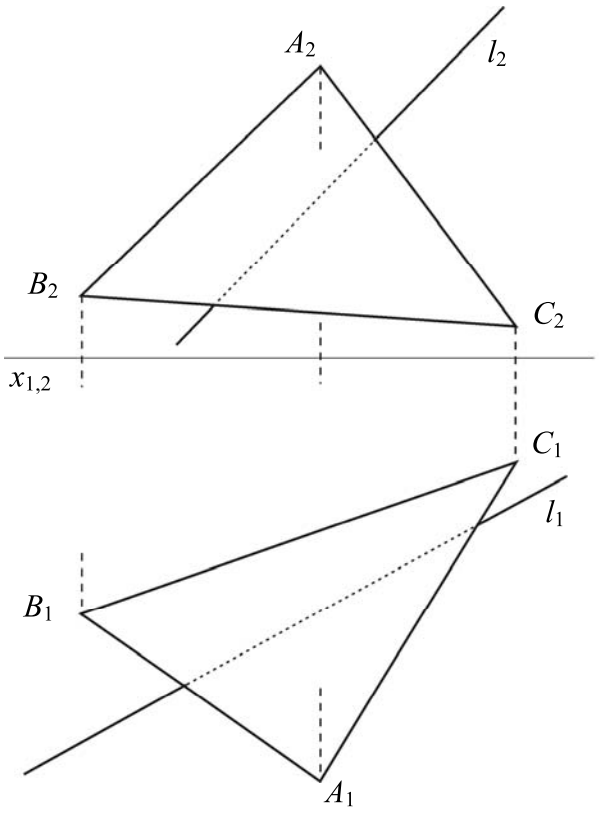


10. Zobrazte priesečník priamky l

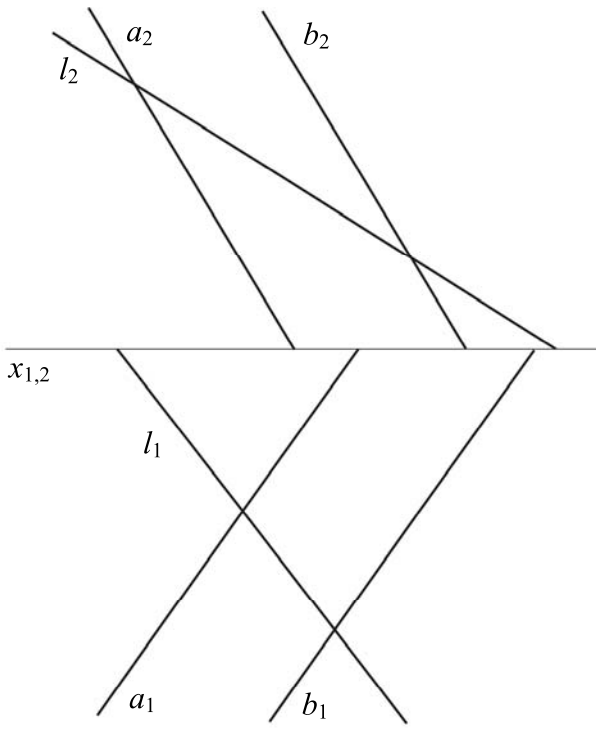
a) s rovinou trojuholníka ABC,



b) s rovinou trojuholníka ABC,

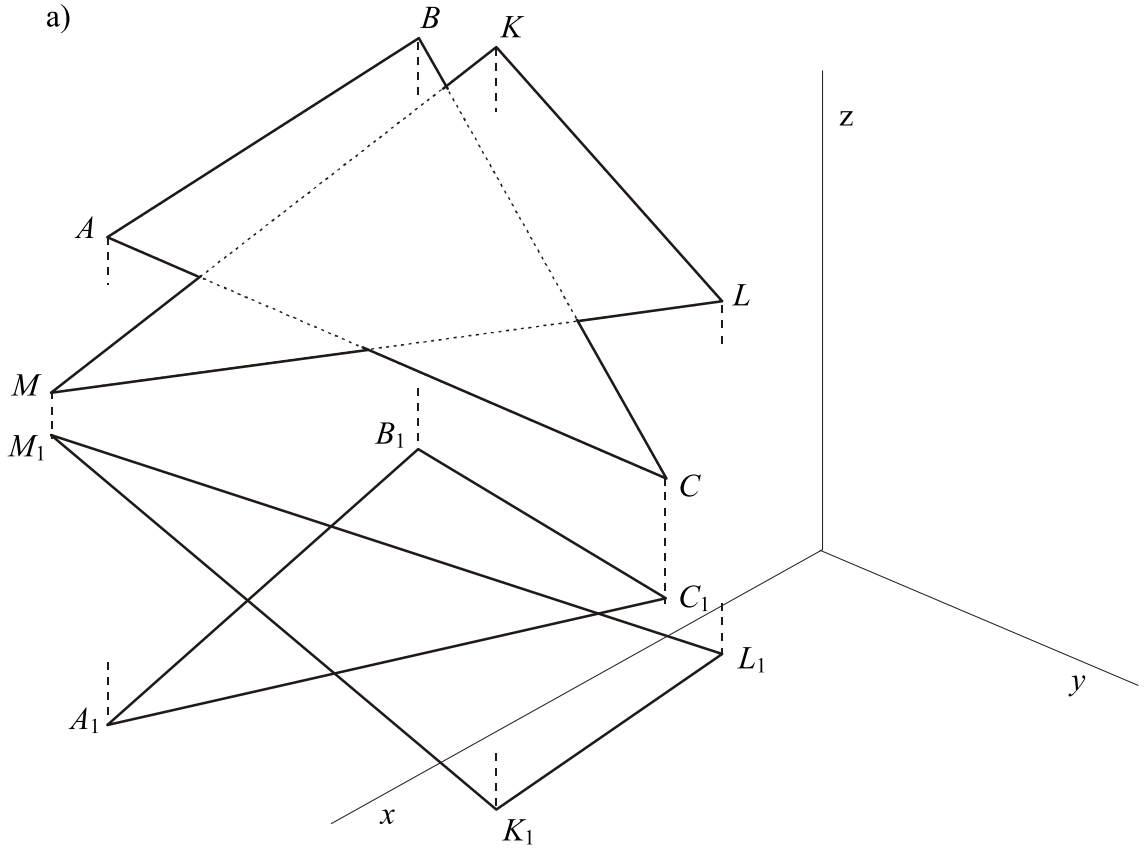


c) s rovinou určenou rovnobežnými priamkami ab.

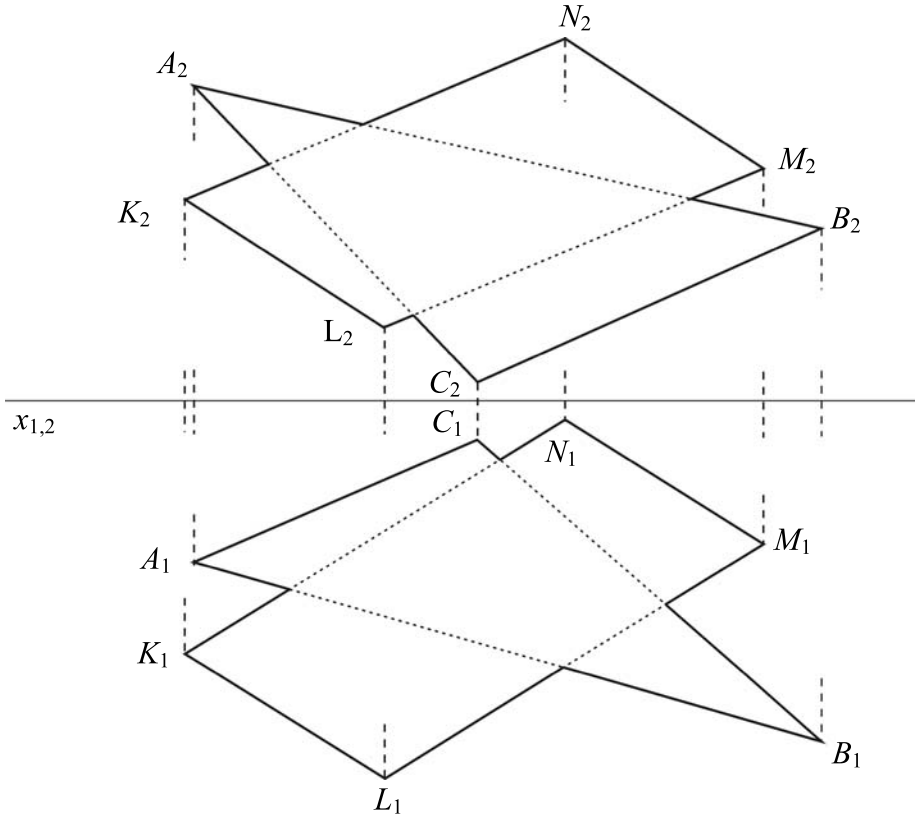


11. Zostrojte prienik útvarov (priesek)

a)

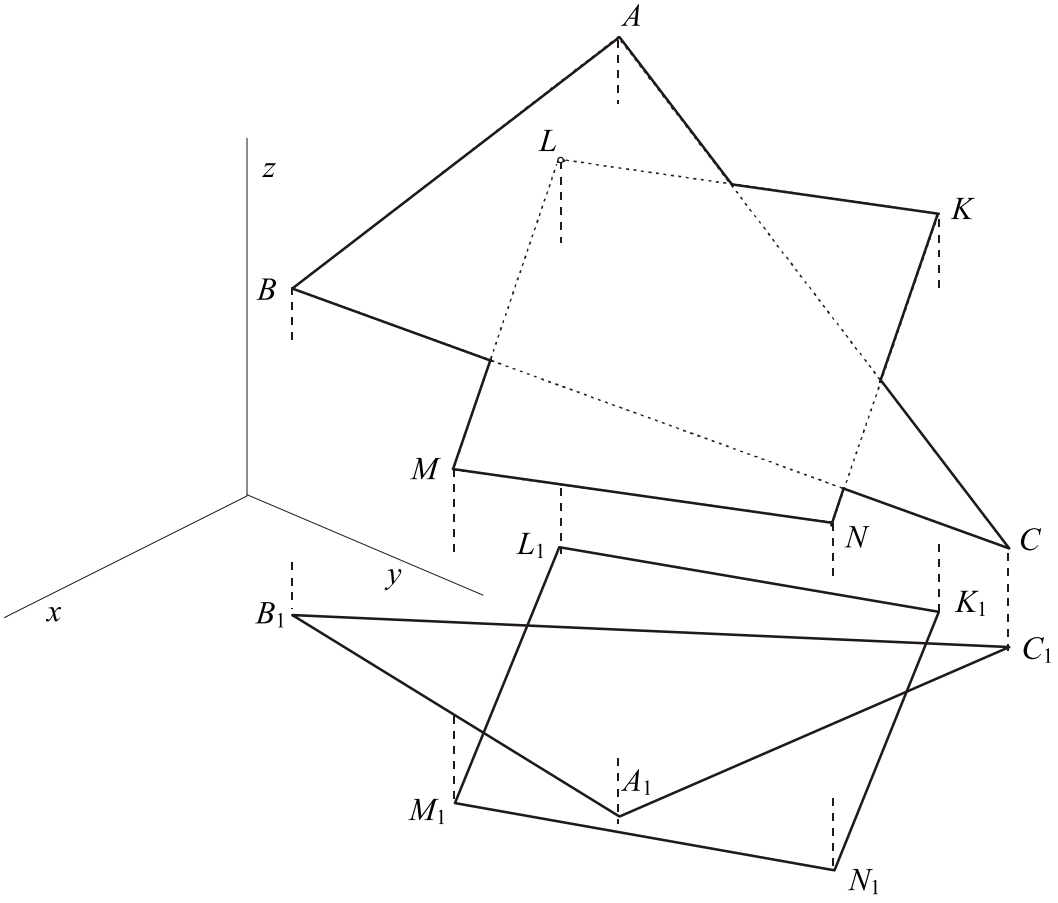


b)

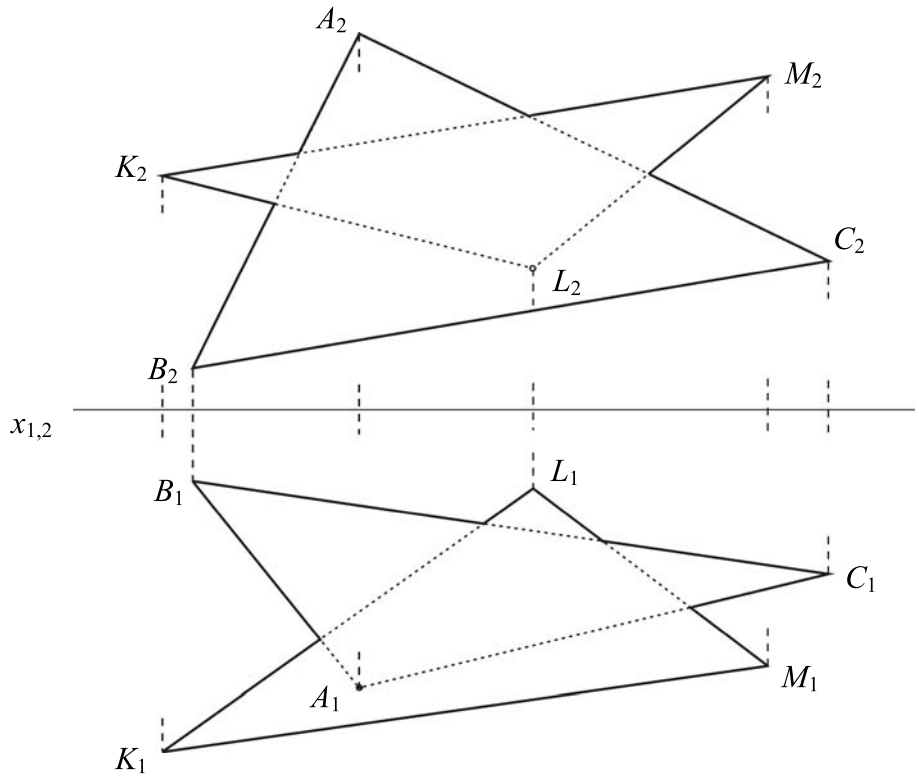


12. Zostrojte prienik útvarov (zásek)

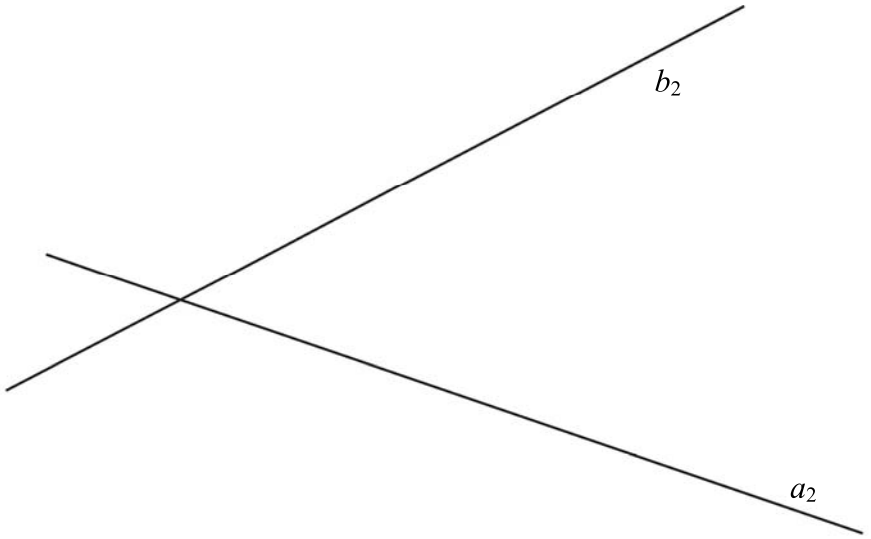
a)



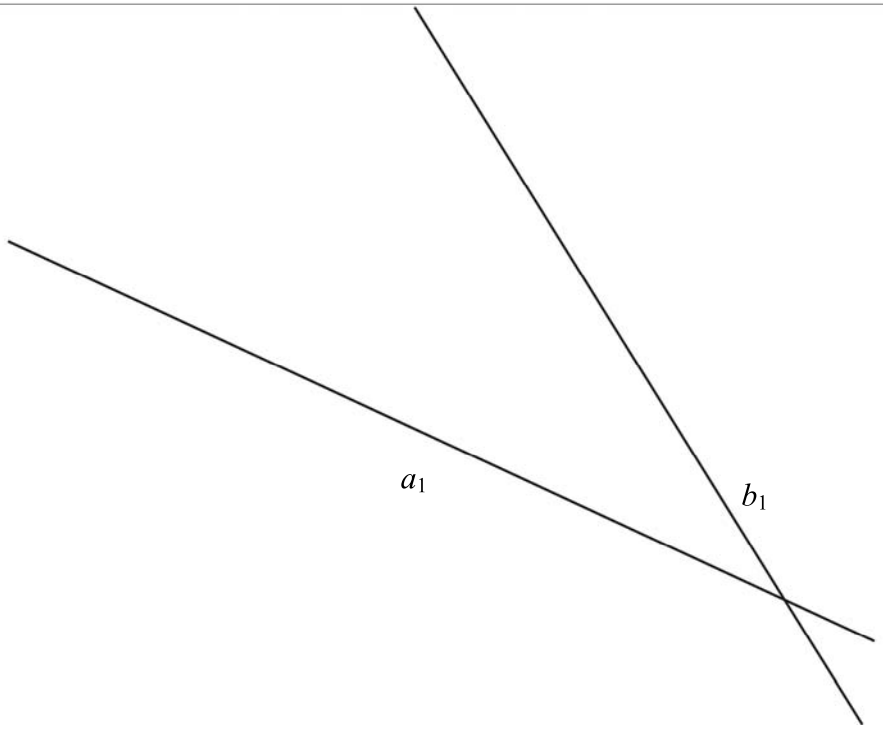
b)



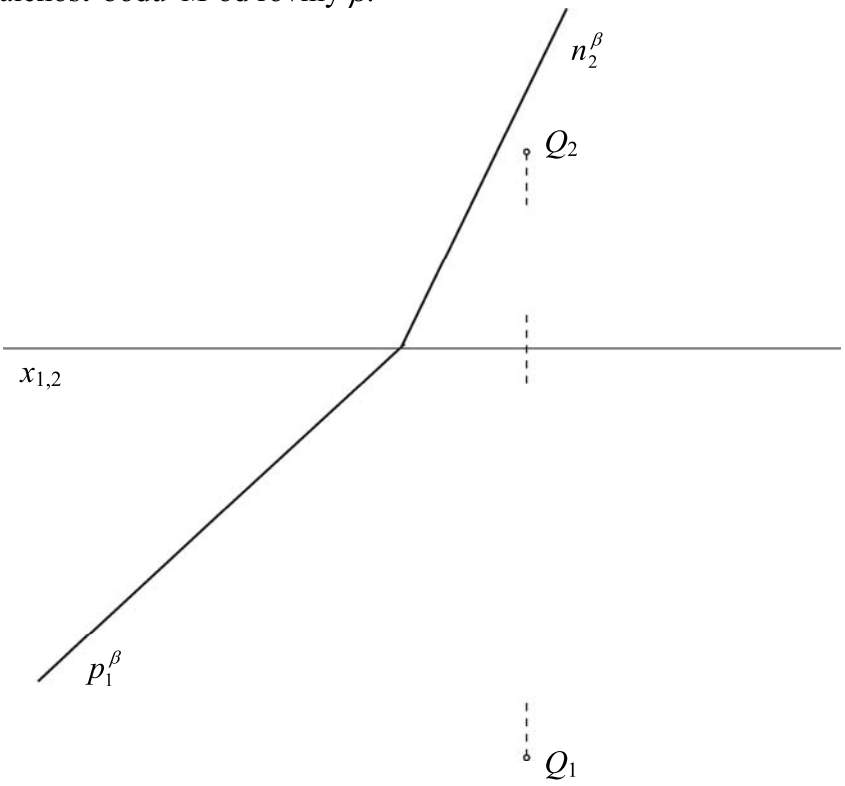
13. Zistite vzdialenosť dvoch mimobežných priamok a, b.



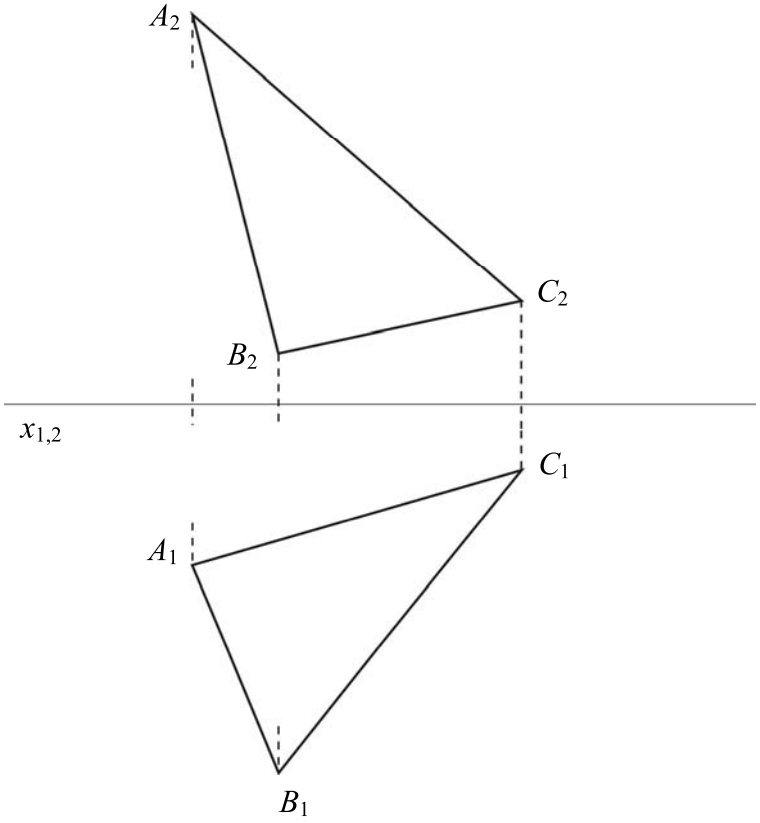
$x_{1,2}$



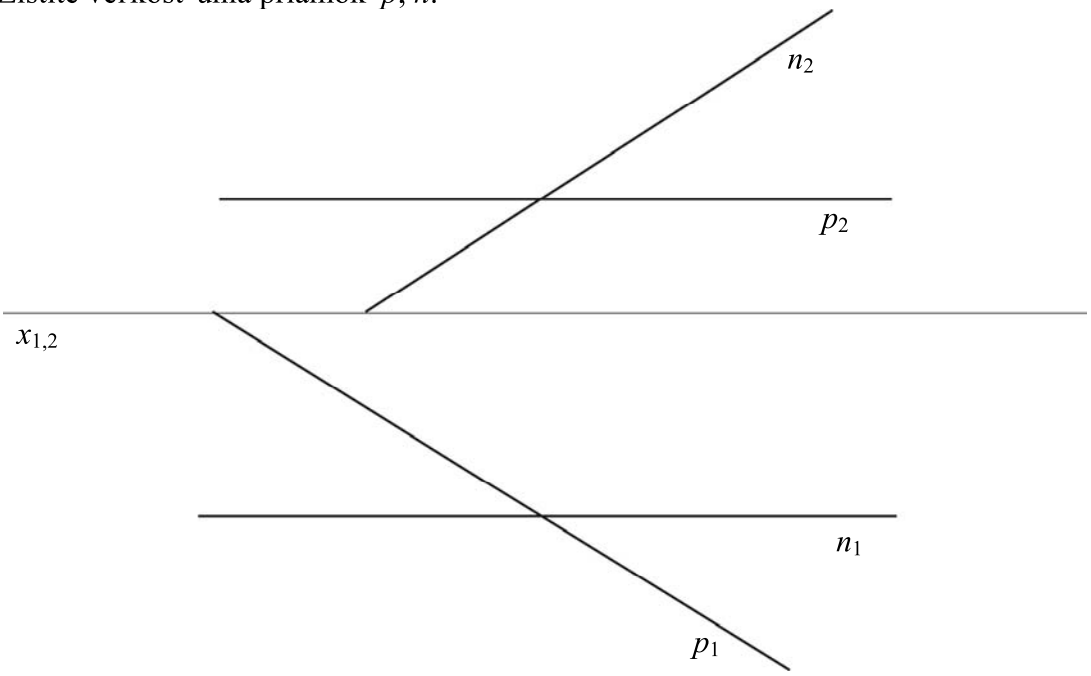
14. Zistite vzdialenosť bodu M od roviny β.



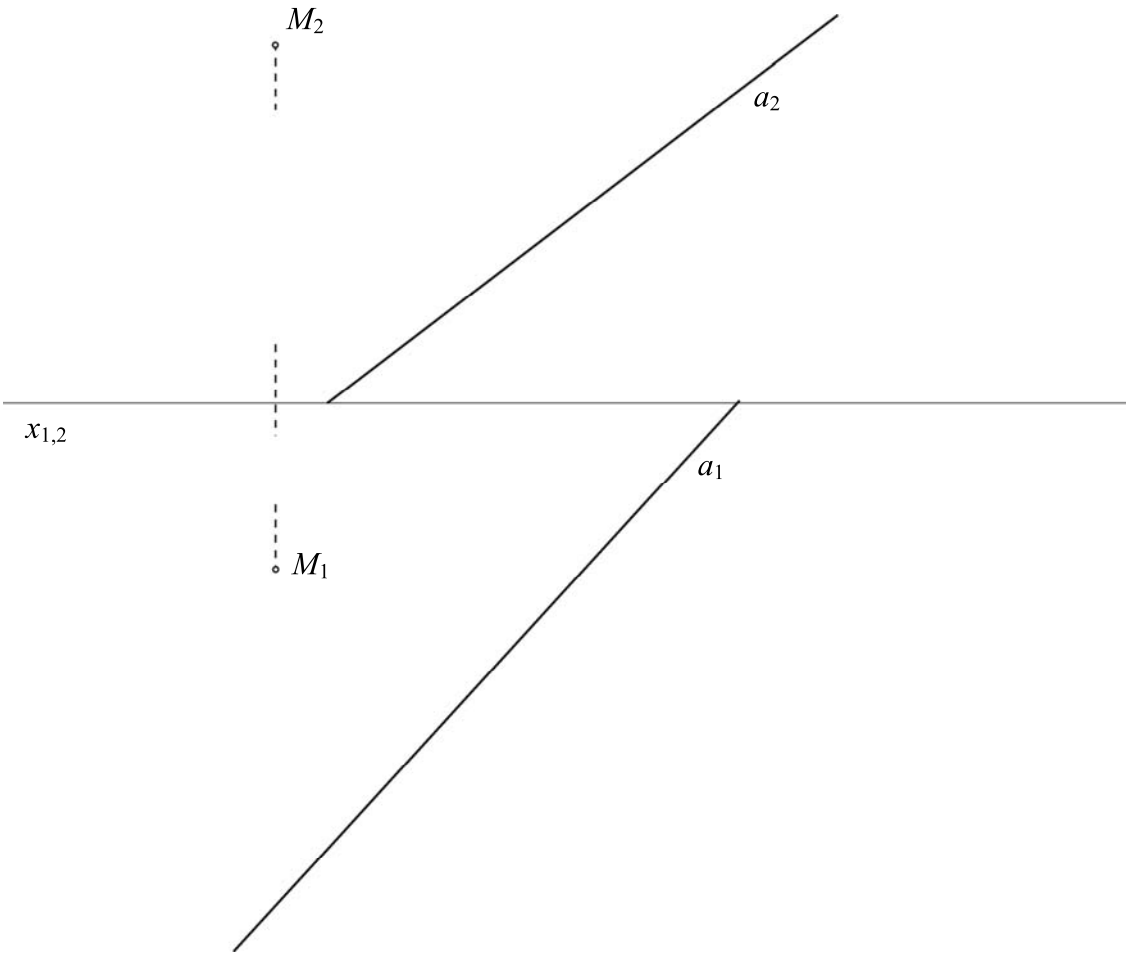
15. Ťažiskom trojuholníka zostrojte kolmicu na rovinu trojuholníka a nájdite na nej bod Q vo vzdialenosti 3 cm od ťažiska.



16. Zistite veľkosť uhla priamok p, n.

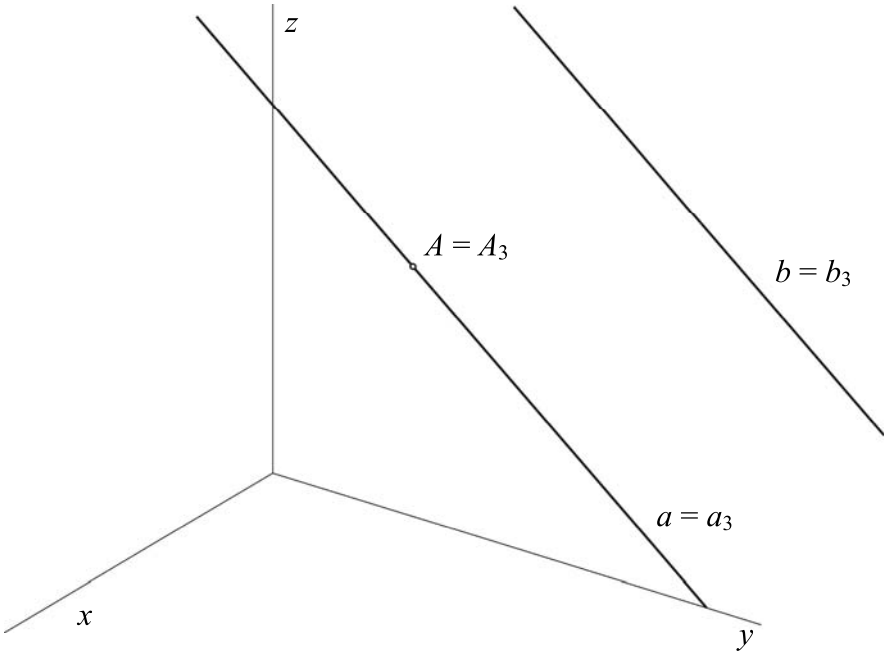


17. Zistite vzdialenosť bodu M od priamky a.

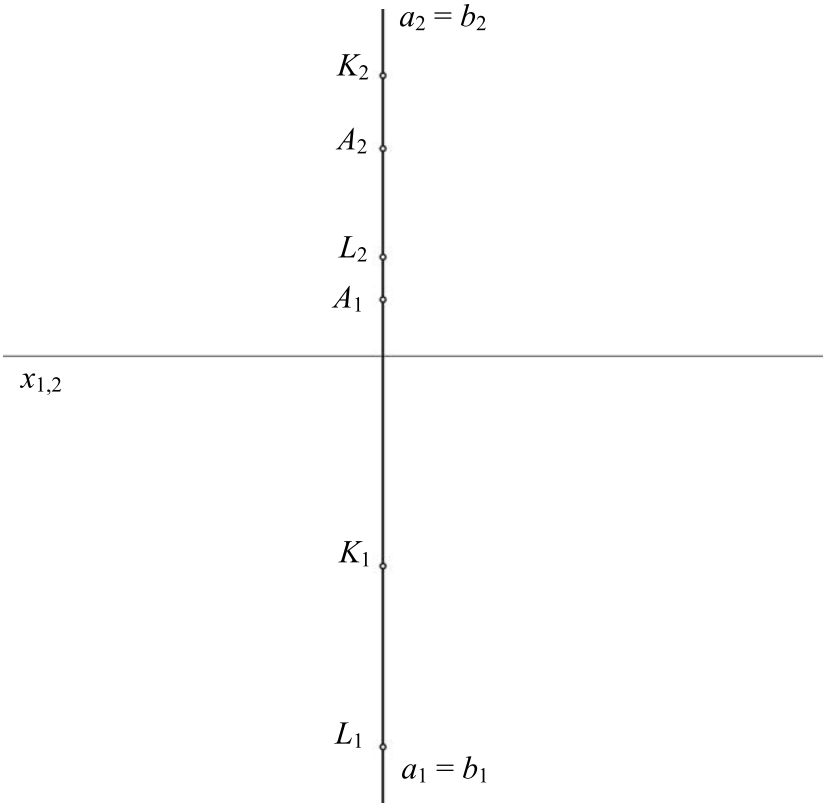


18. Zobrazte rovnostranný trojuholník ABC ležiaci v rovine μ, ktorého jedna strana leží na priamke a a jeden vrchol je bodom priamky b; priamka a je rovnobežná s priamkou b

a) v kolmej axonometrii,



b) v Mongeovej projekcii, ak $b = KL$.

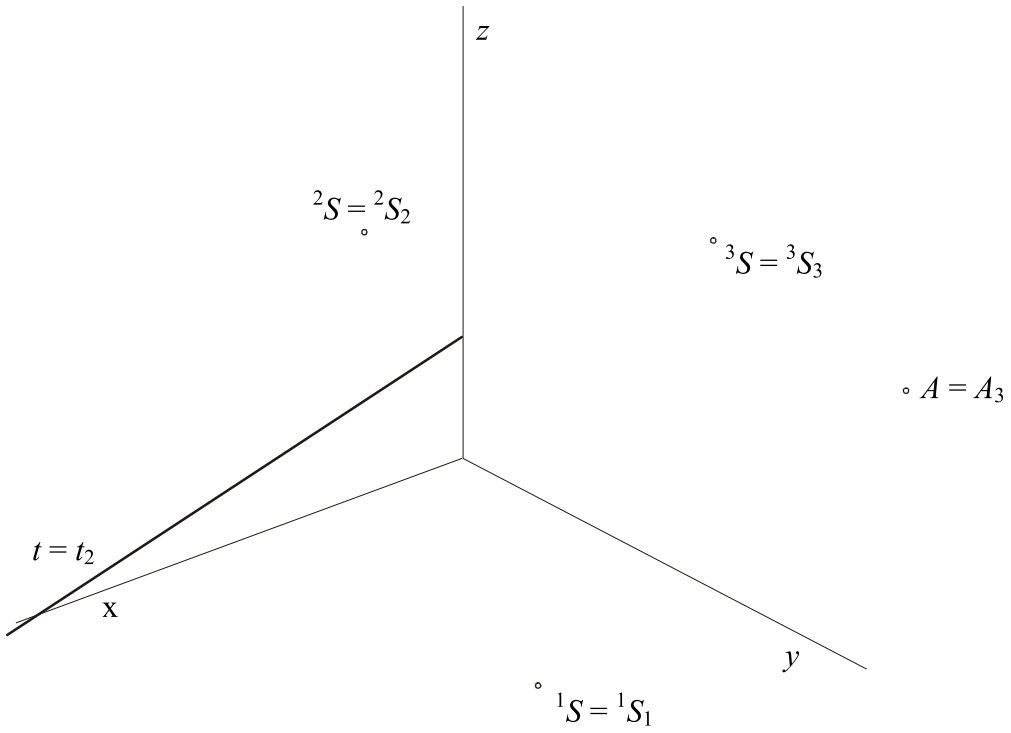


19. V kolmej axonometrii zobrazte kružnicu

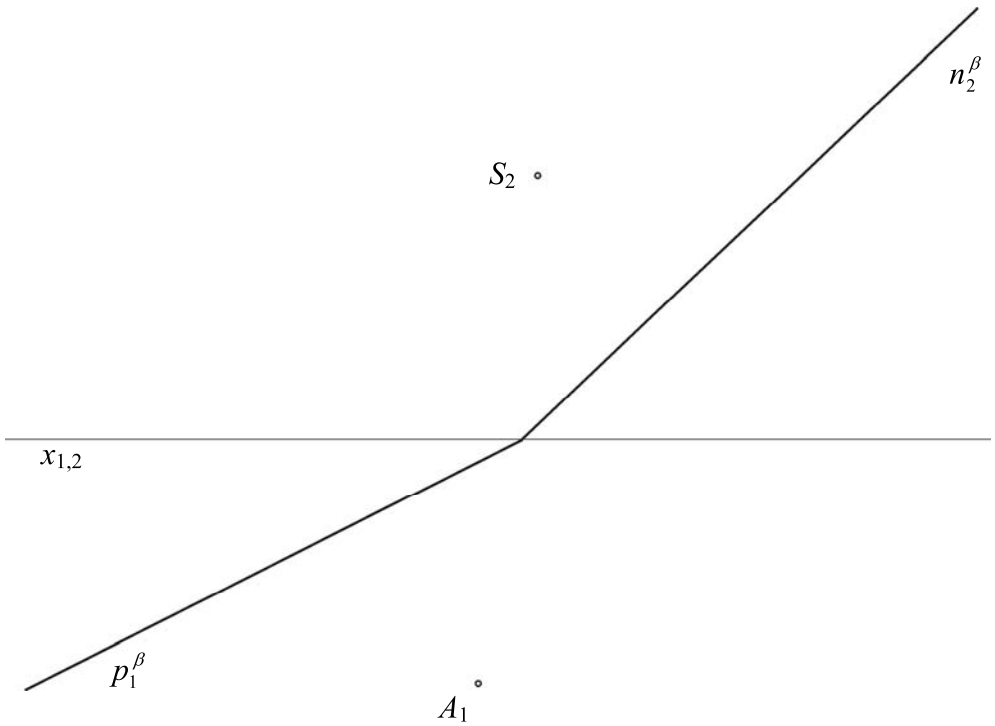
a) ${}^1k \subset \pi$, ak je daný jej stred ${}^1S$ a polomer $r = 3$ cm,

b) ${}^2k \subset \nu$, ak je daný jej stred ${}^2S$ a priamka t, ktorá sa kružnice dotýka,

c) ${}^3k \subset \mu$, ak je daný jej stred ${}^3S$ a bod A, ktorý na nej leží.

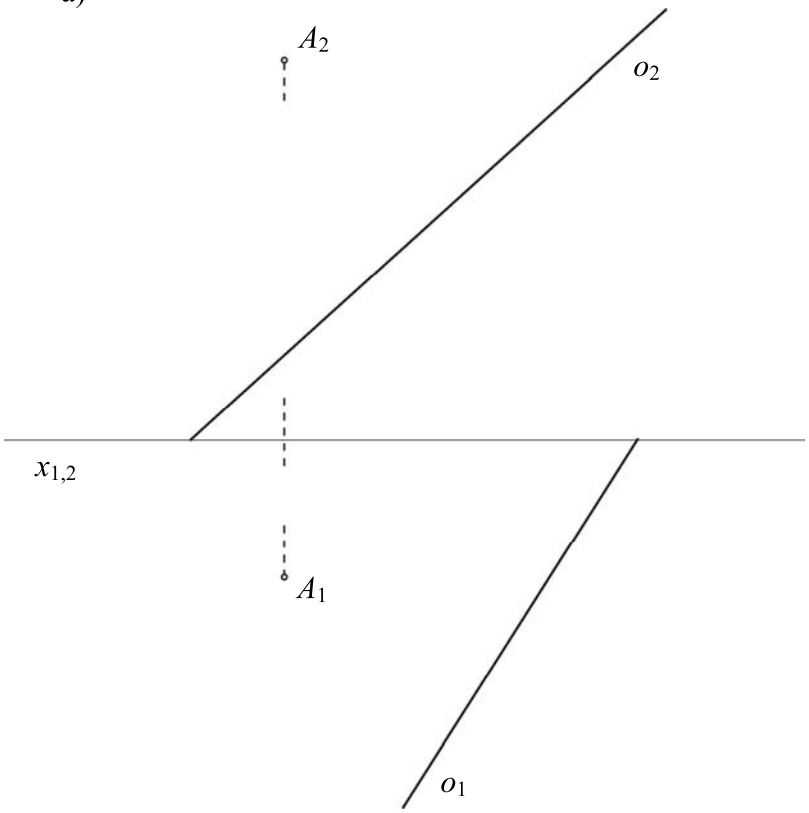


20. Zobrazte kružnicu so stredom S, ktorá leží v rovine β a prechádza bodom A.

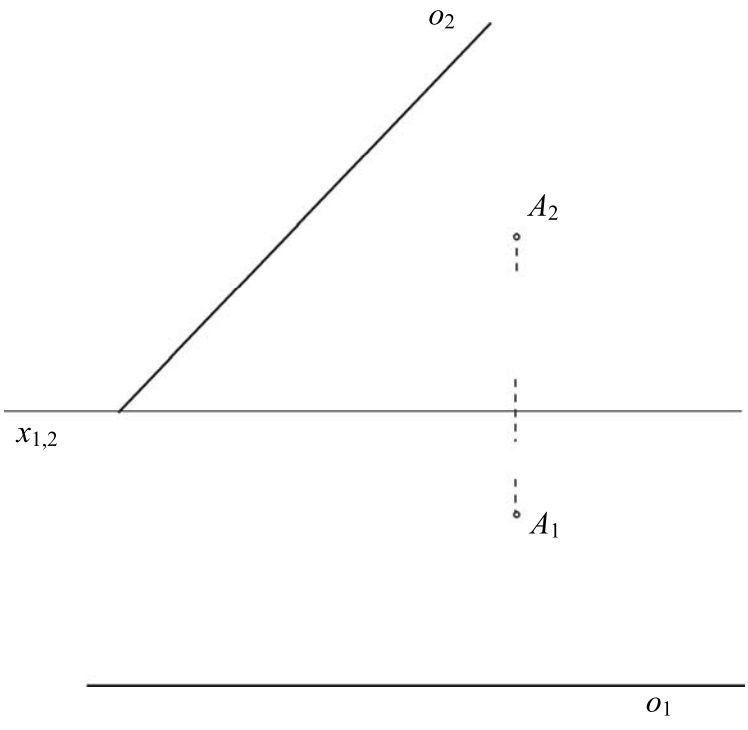


21. Zobrazte dráhu bodu A, ktorý sa otáča okolo priamky o

a)



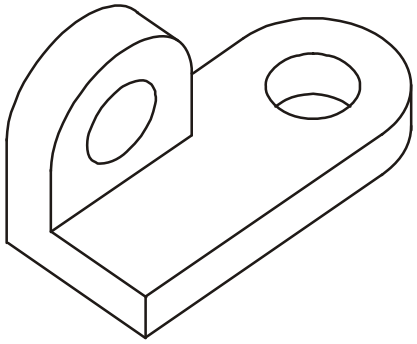
b)



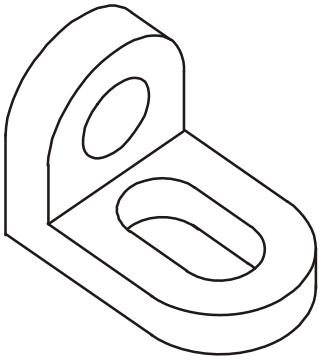
Zárezová metóda

Urobte rekonštrukciu súčiastok zobrazených v kolmej axonometrii. Súčiastky zobrazte s rozmermi podľa svojho uváženia v Mongeovej projekcii a zárezovou metódou v izometrii.

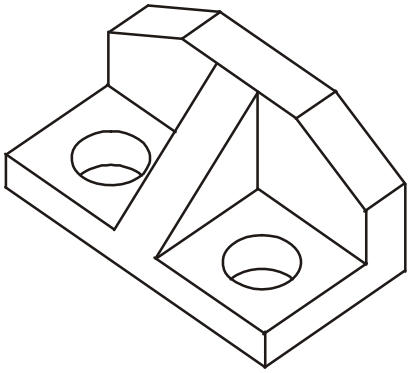
a)



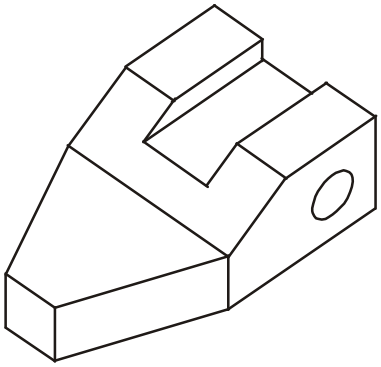
b)



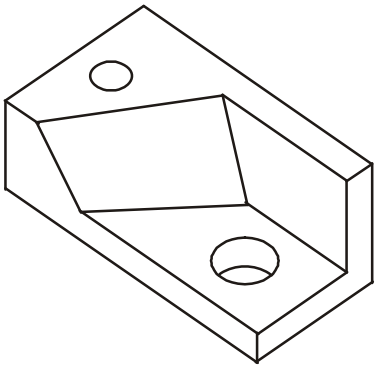
c)



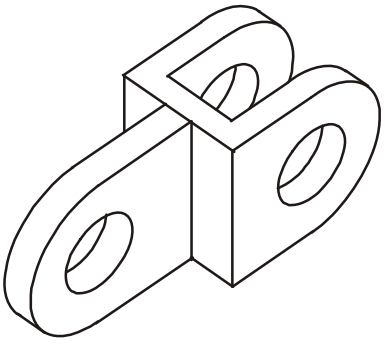
d)



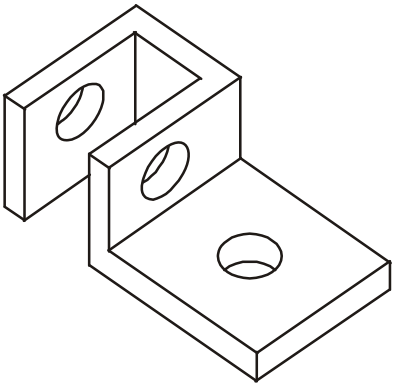
e)



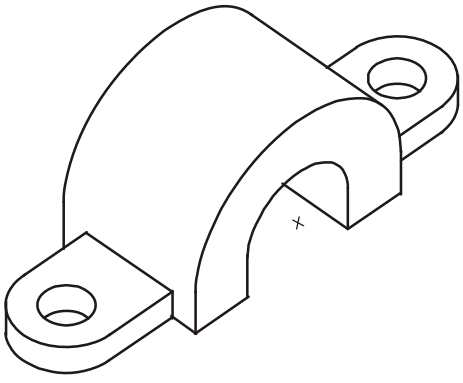
f)



g)

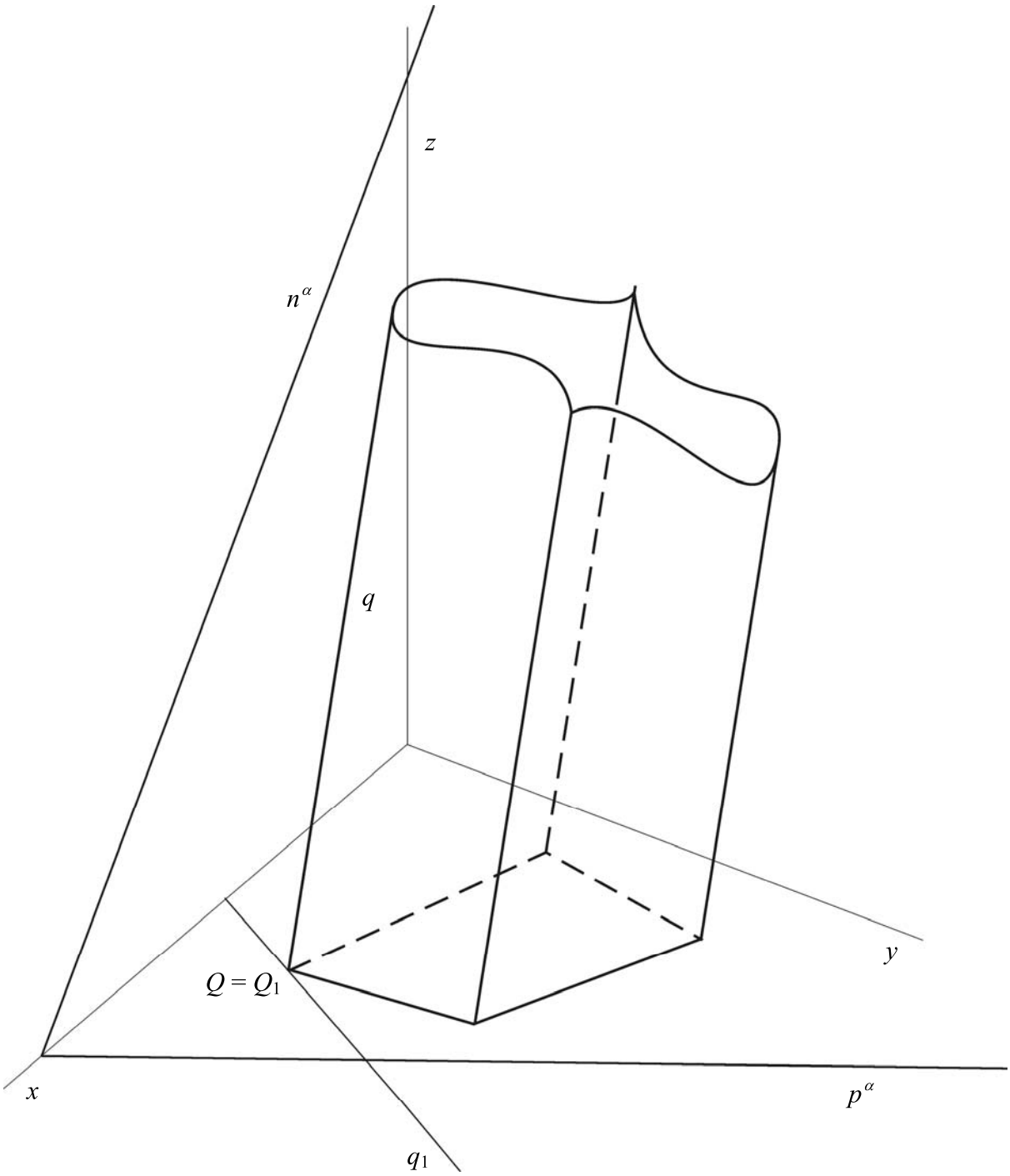


h)

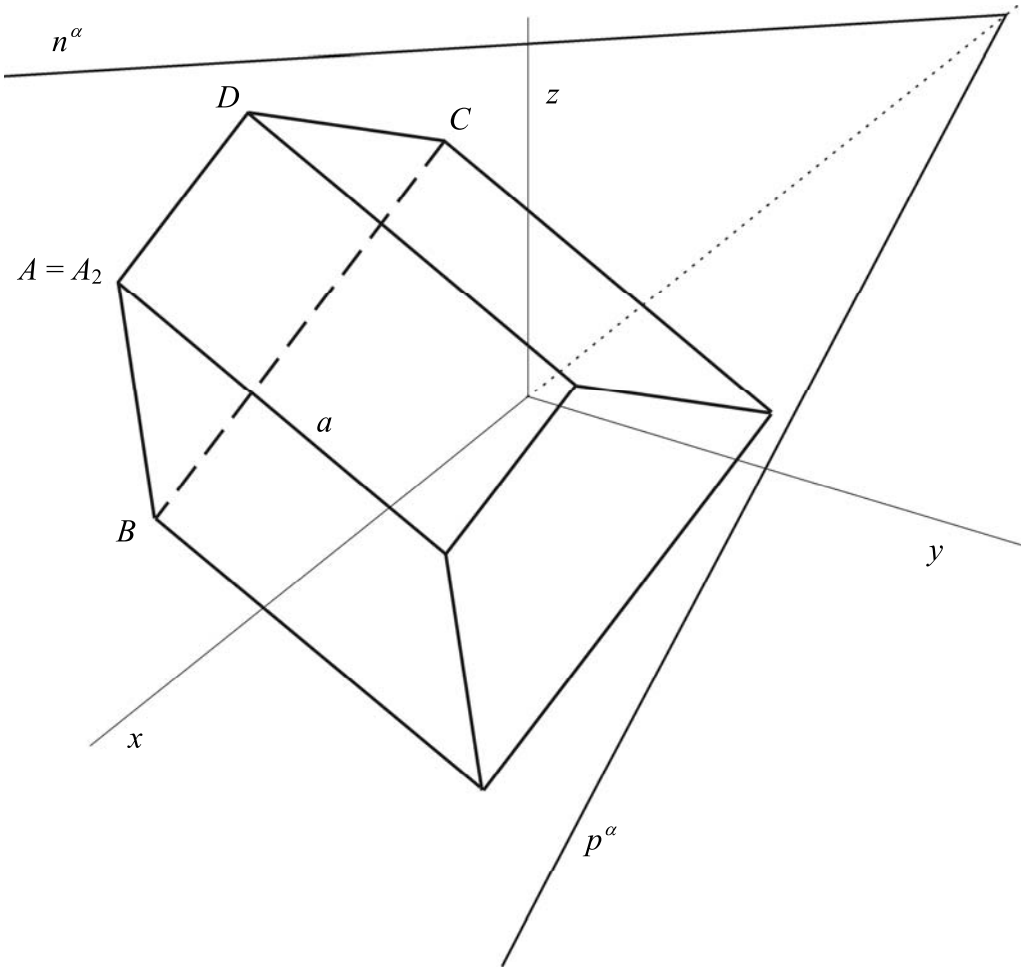


Hranolové plochy

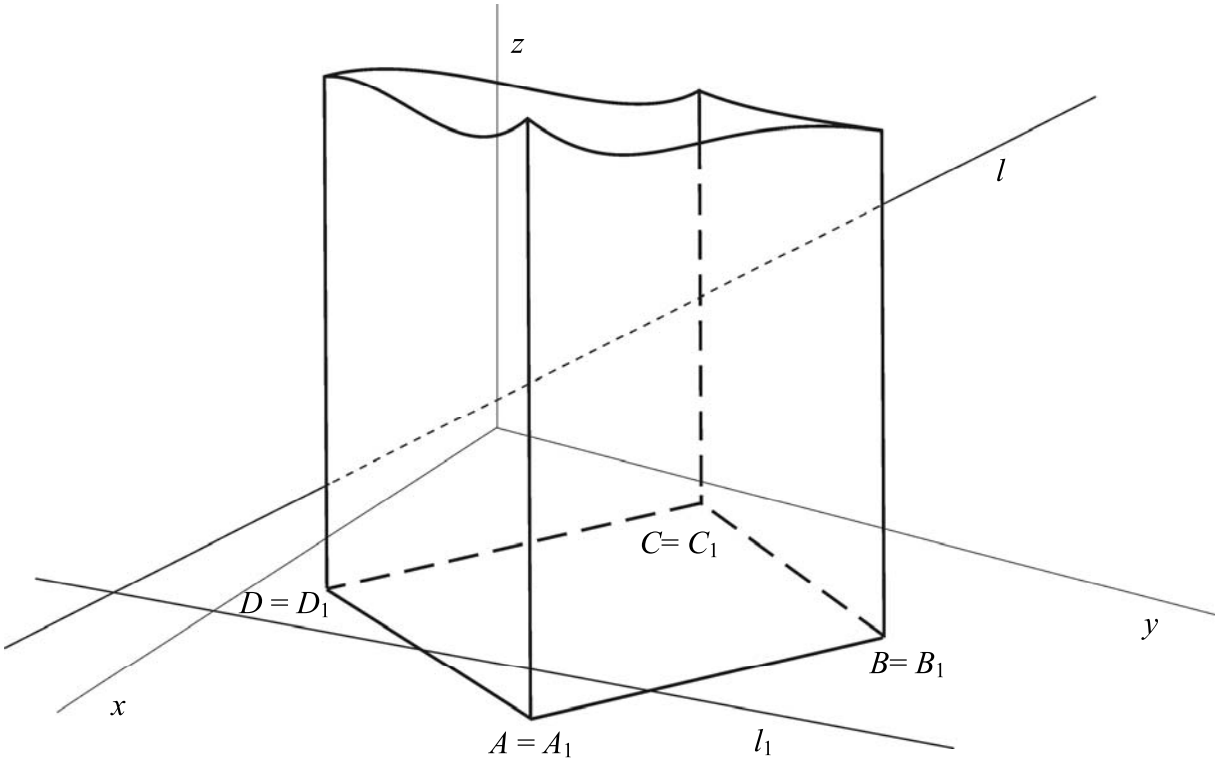
1. Zostrojte prienik roviny $\alpha = p^{\alpha}n^{\alpha}$ a šikmej hranolovej plochy určenej smerom hrán q a riadiacim štvoruholníkom v pôdorysni.



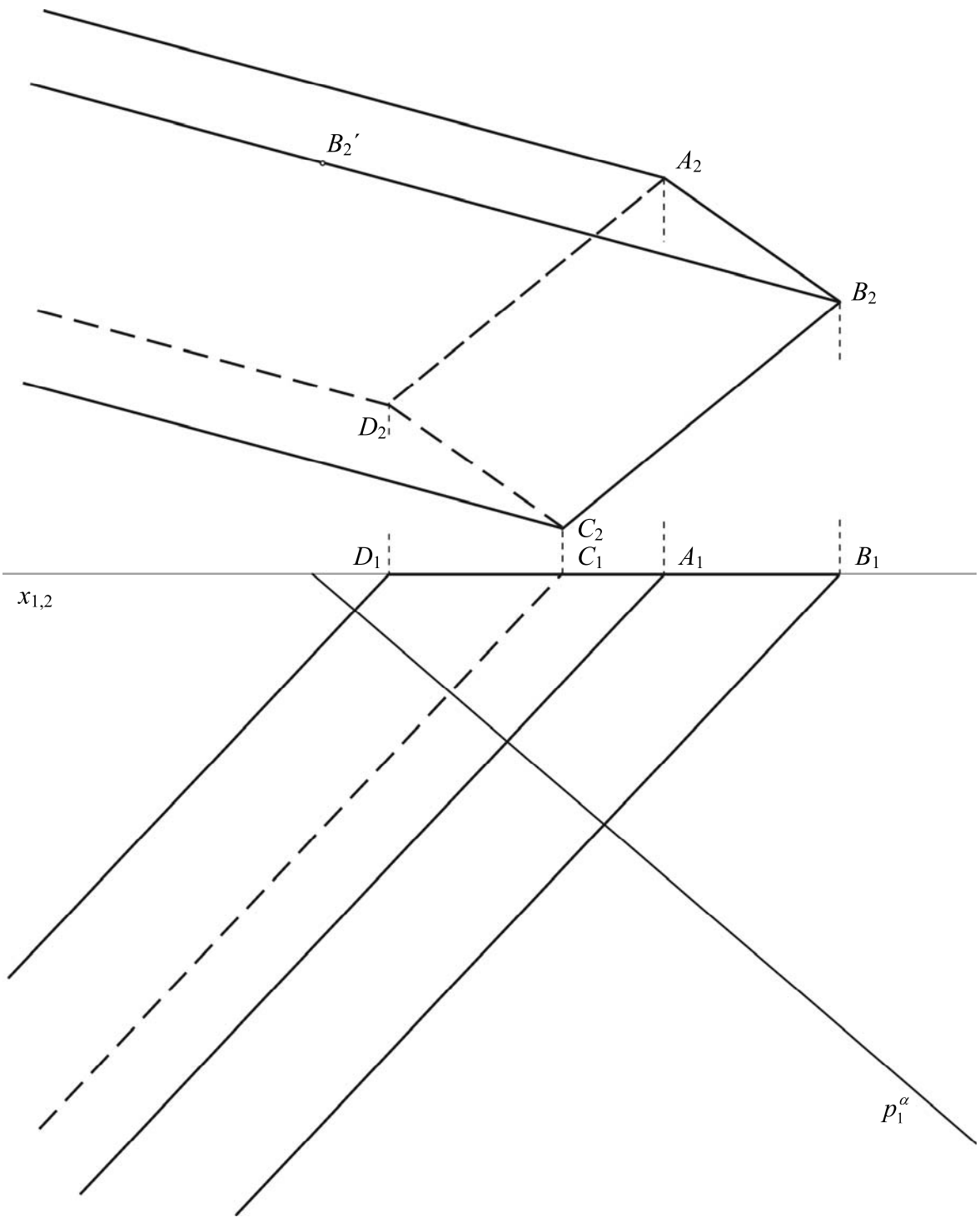
2. Hranolovú plochu s riadiacim štvoruholníkom *ABCDE* v nárysni a hranou *a* rovnobežnou s pôdorysňou režte rovinou $\alpha = p^{\alpha}n^{\alpha}$.



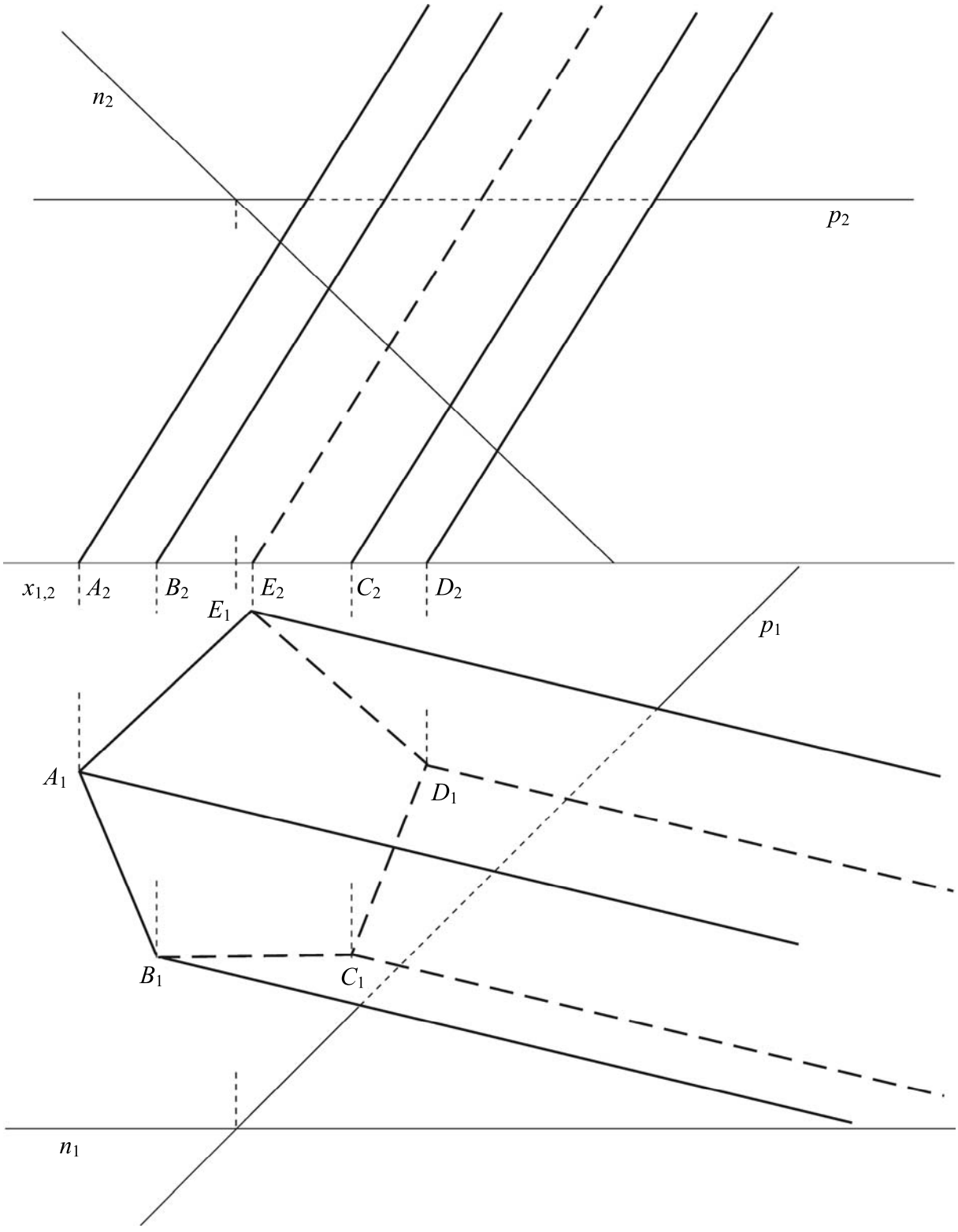
3. Zostrojte priesečníky priamky *l* s kolmou hranolovou plochou.



4. Šikmú štvorbokú hranolovú plochu režte rovinou α určenou stopou p^{α} a bodom B', ktorý leží na hrane plochy.

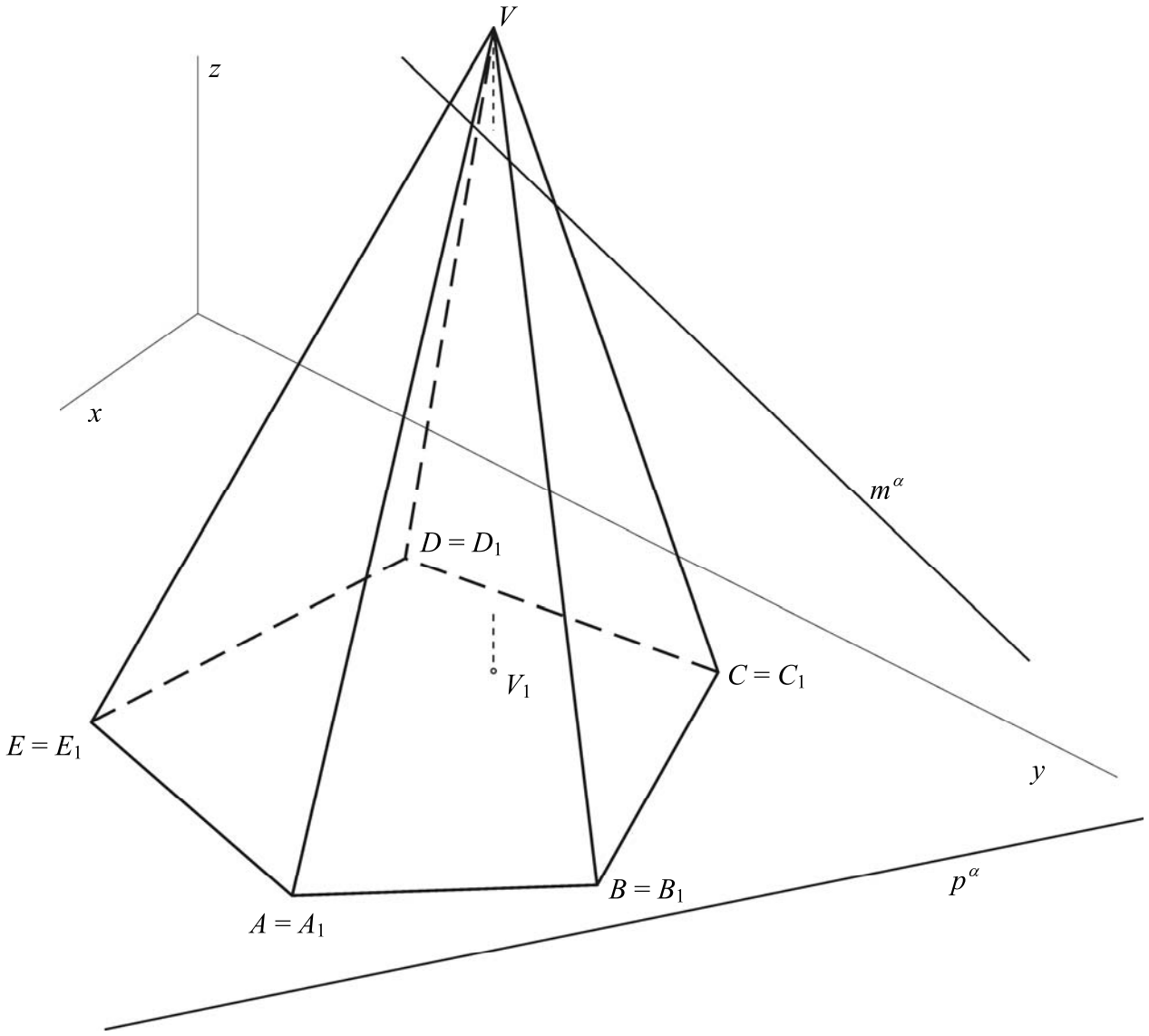


5. Zostrojte rez päťbokej šikmej hranolovej plochy rovinou α určenou hlavnými priamkami ($\alpha = pn$) a nájdite priesečníky priamky p s plochou.



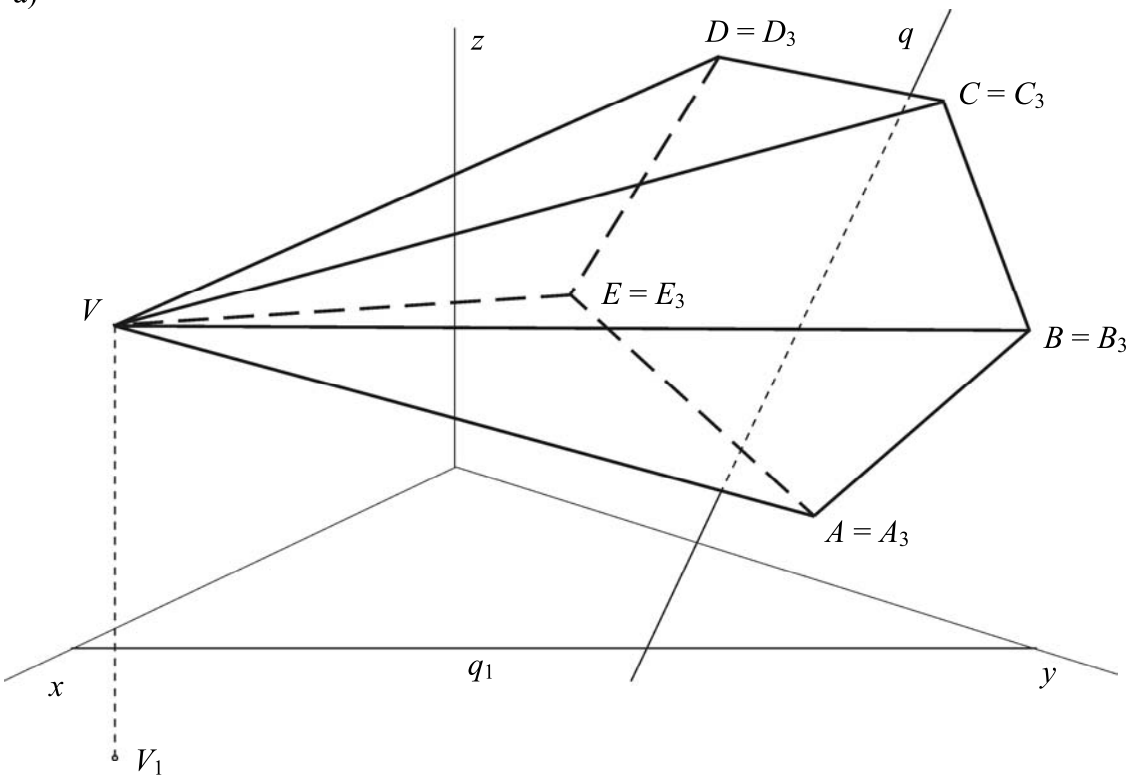
Ihlanové plochy

1. Zostrojte rez ihlanovej plochy rovinou α .

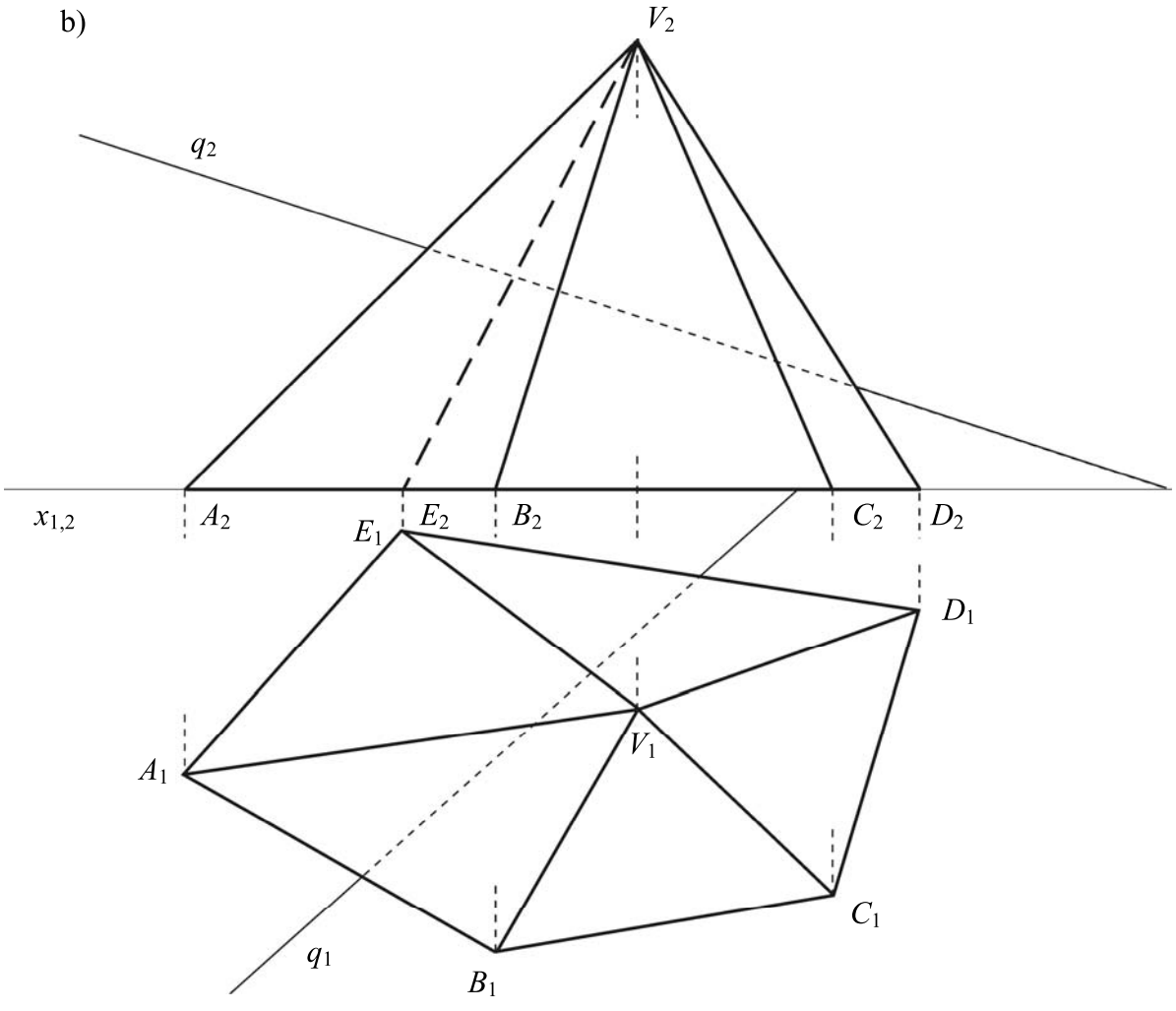


2. Zobrazte priesečníky priamky q s ihlanovou plochou

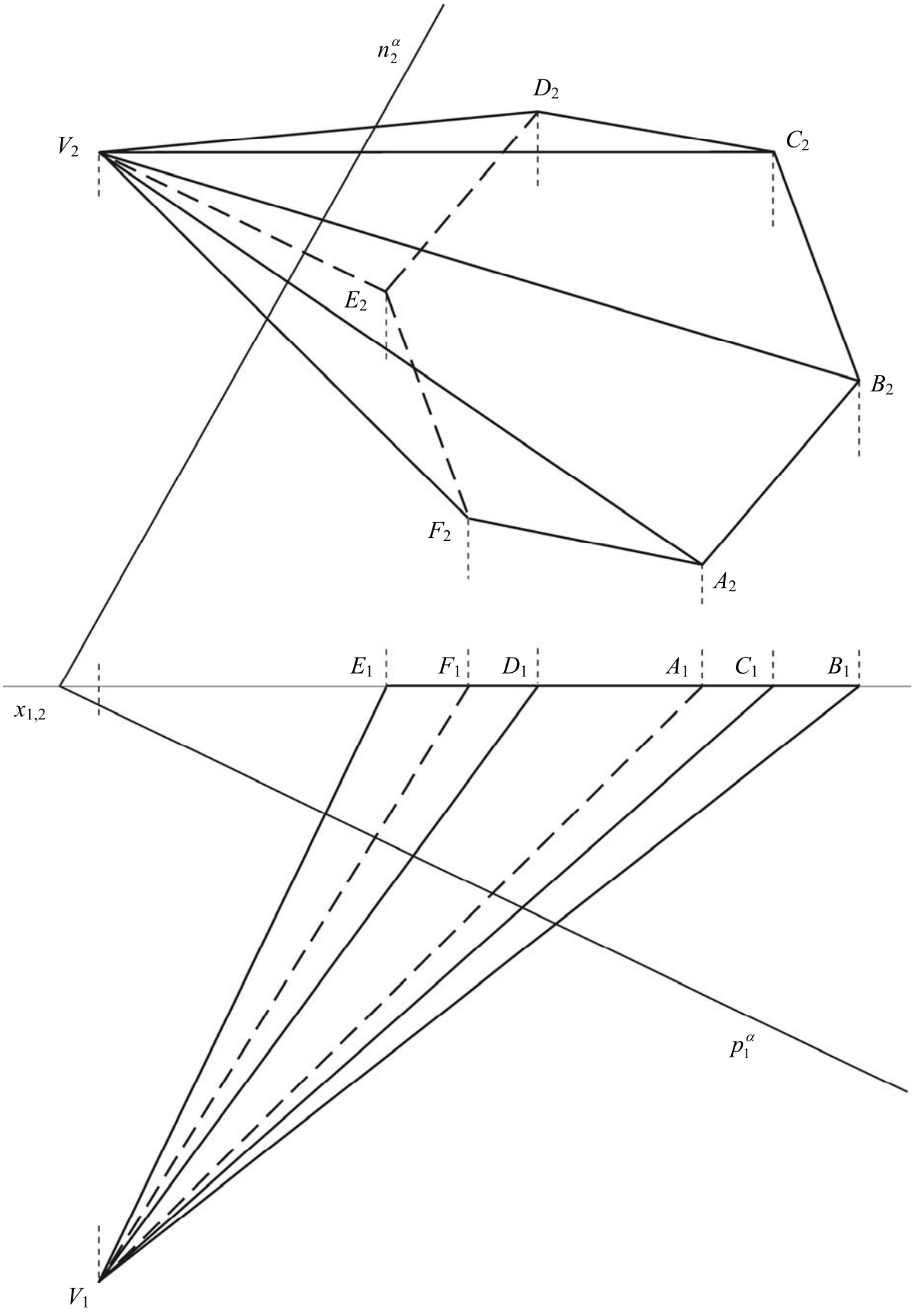
a)



b)

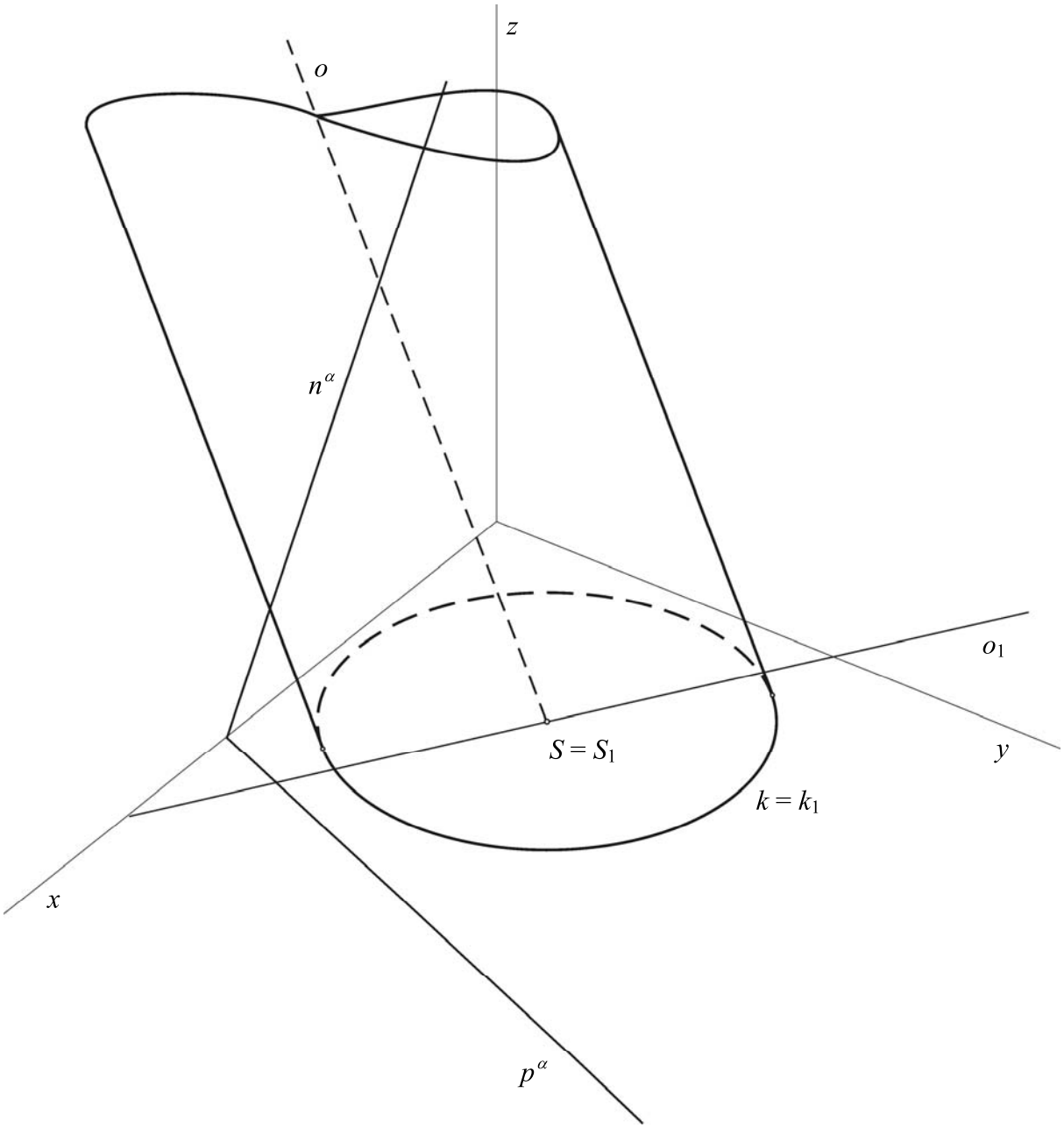


3. Nájdite skutočný tvar rezu ihlanovej plochy rovinou α.

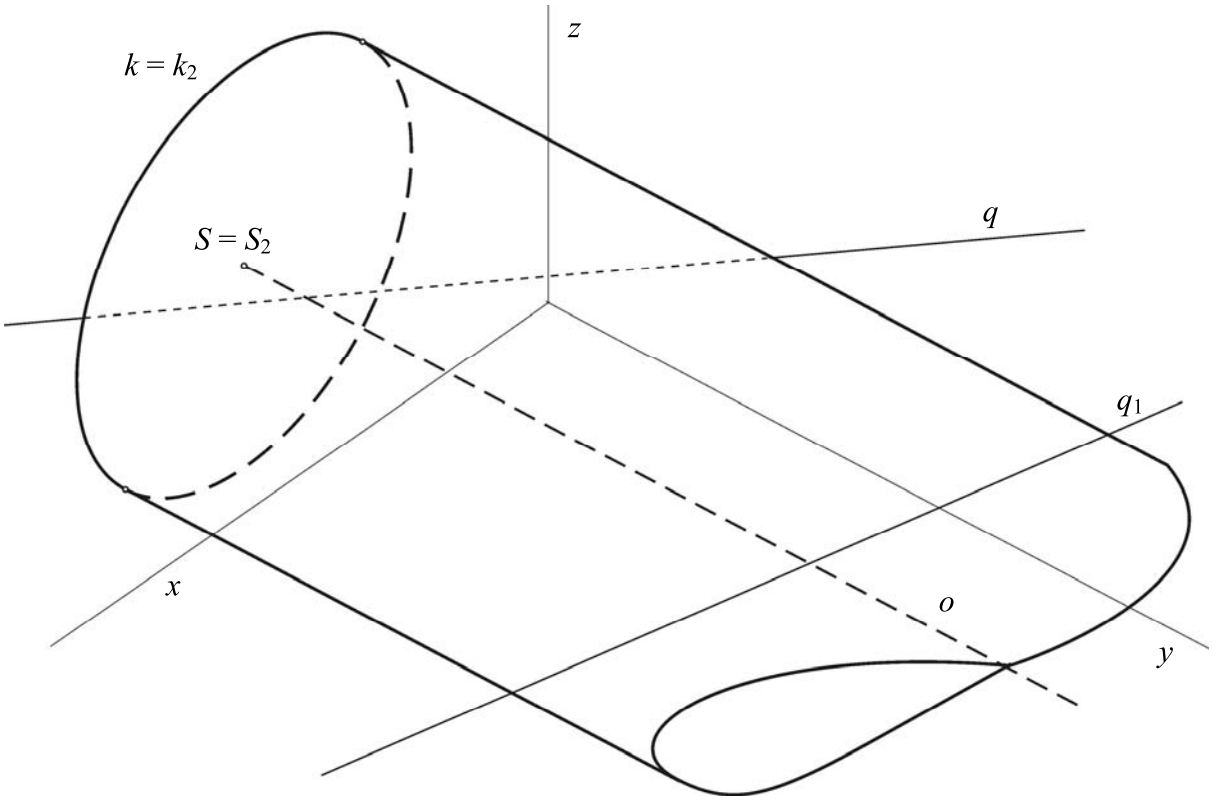


Valcové plochy

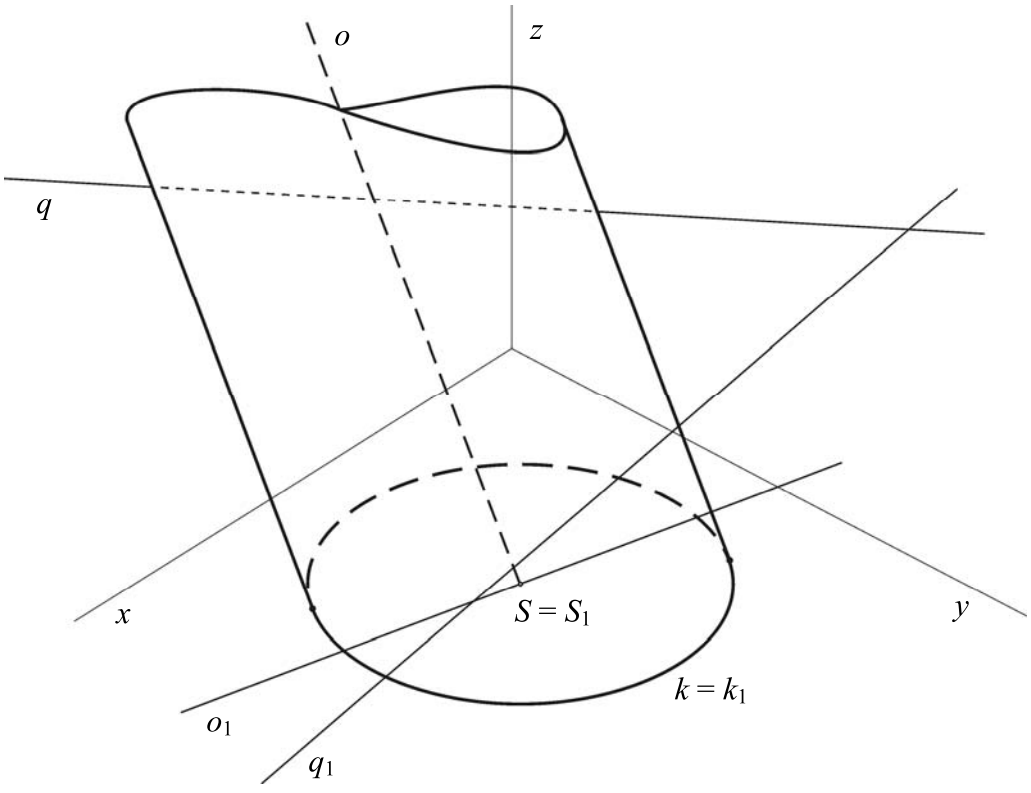
1. Zostrojte rez šikmej kružnicovej valcovej plochy rovinou α .



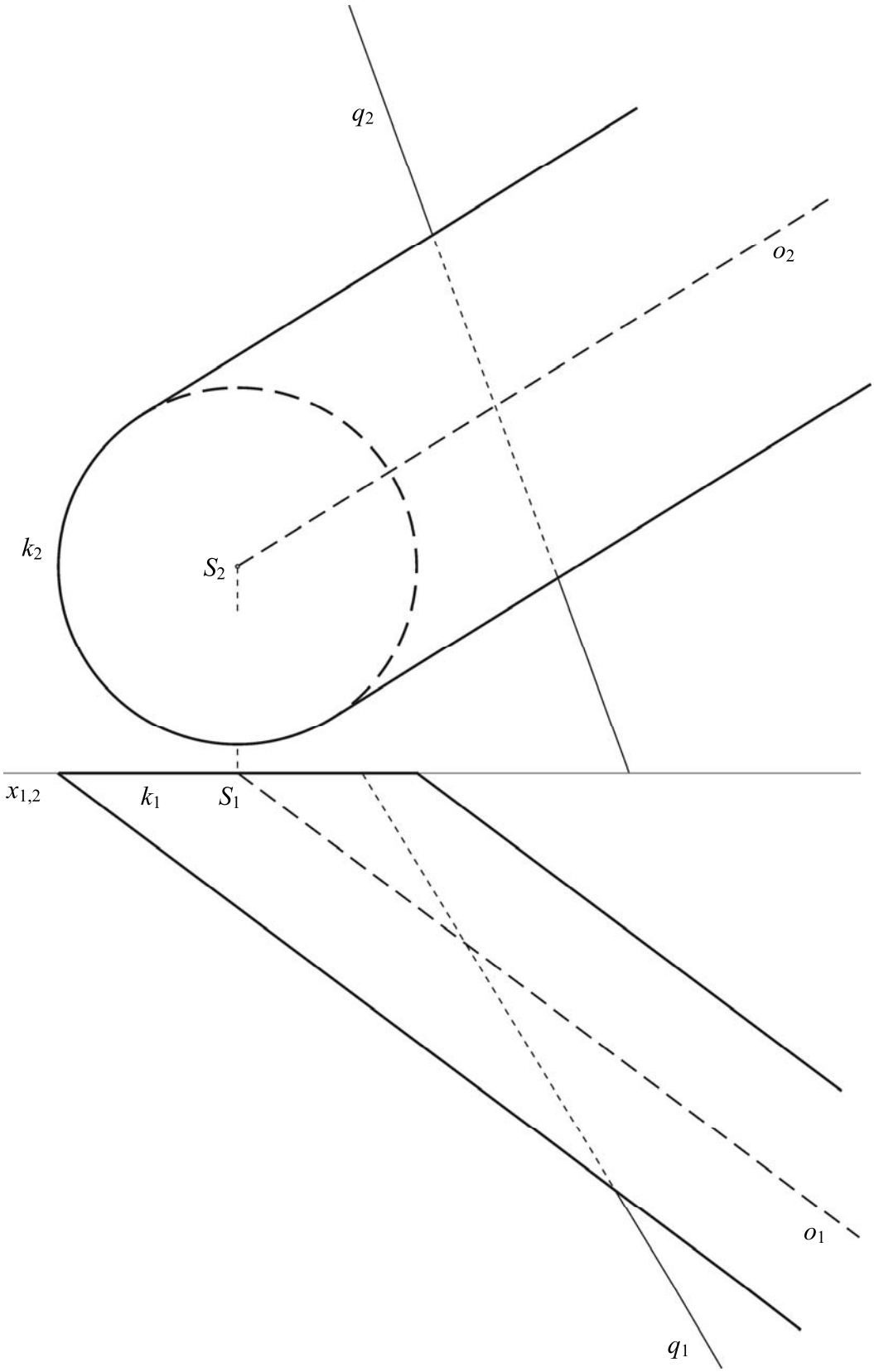
2. Zostrojte priesečníky priamky q s rotačnou valcovou plochou a rez rovinou $\alpha \perp \pi$, $q \subset \alpha$.



3. Zostrojte priesečníky valcovej plochy s priamkou q.

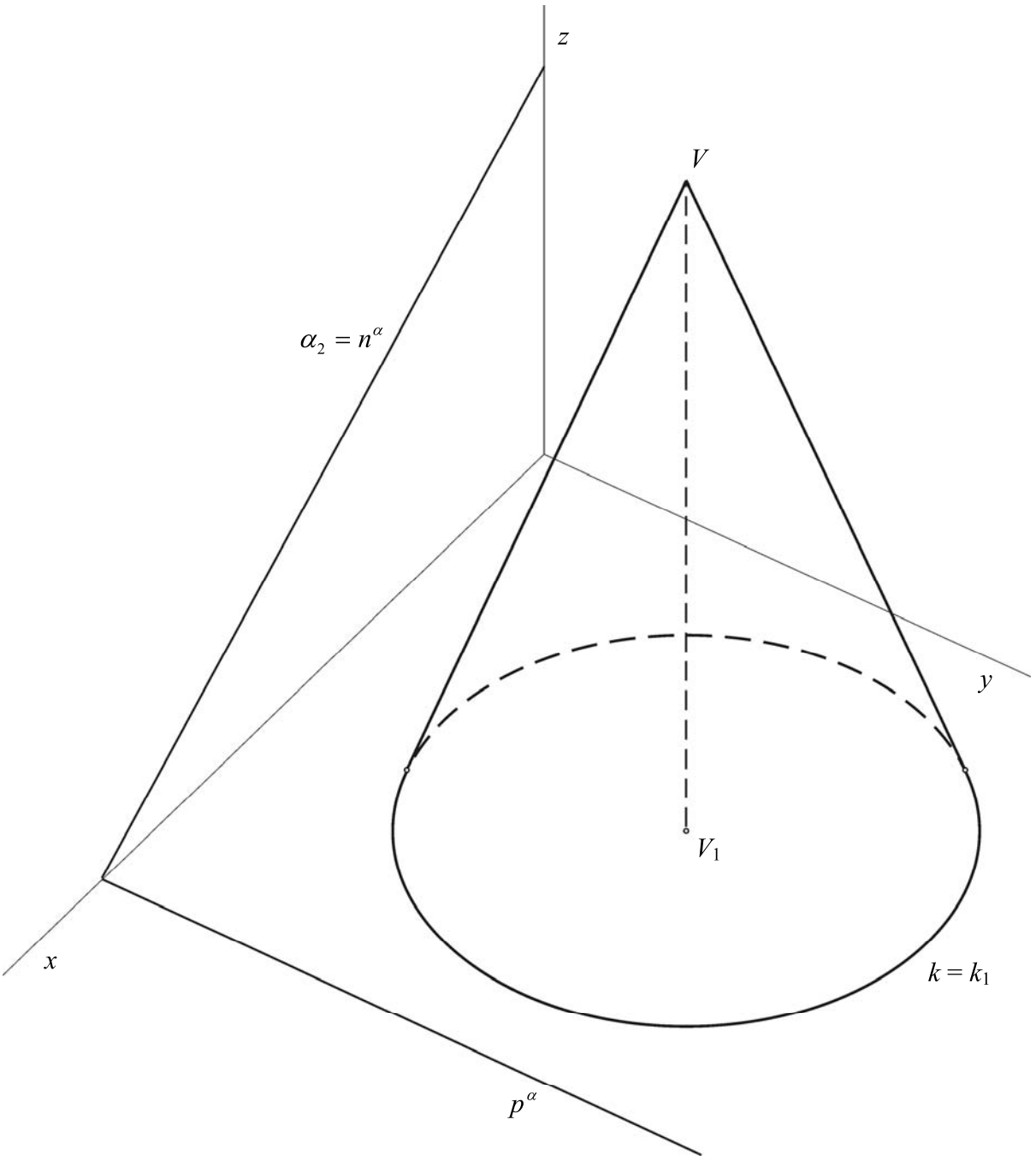


4. Nájdite priesečníky priamky q so šikmou kružnicovou valcovou plochou a zostrojte rez rovinou, ktorá prechádza priamkou q a je rovnobežná so súradnicovou osou x.

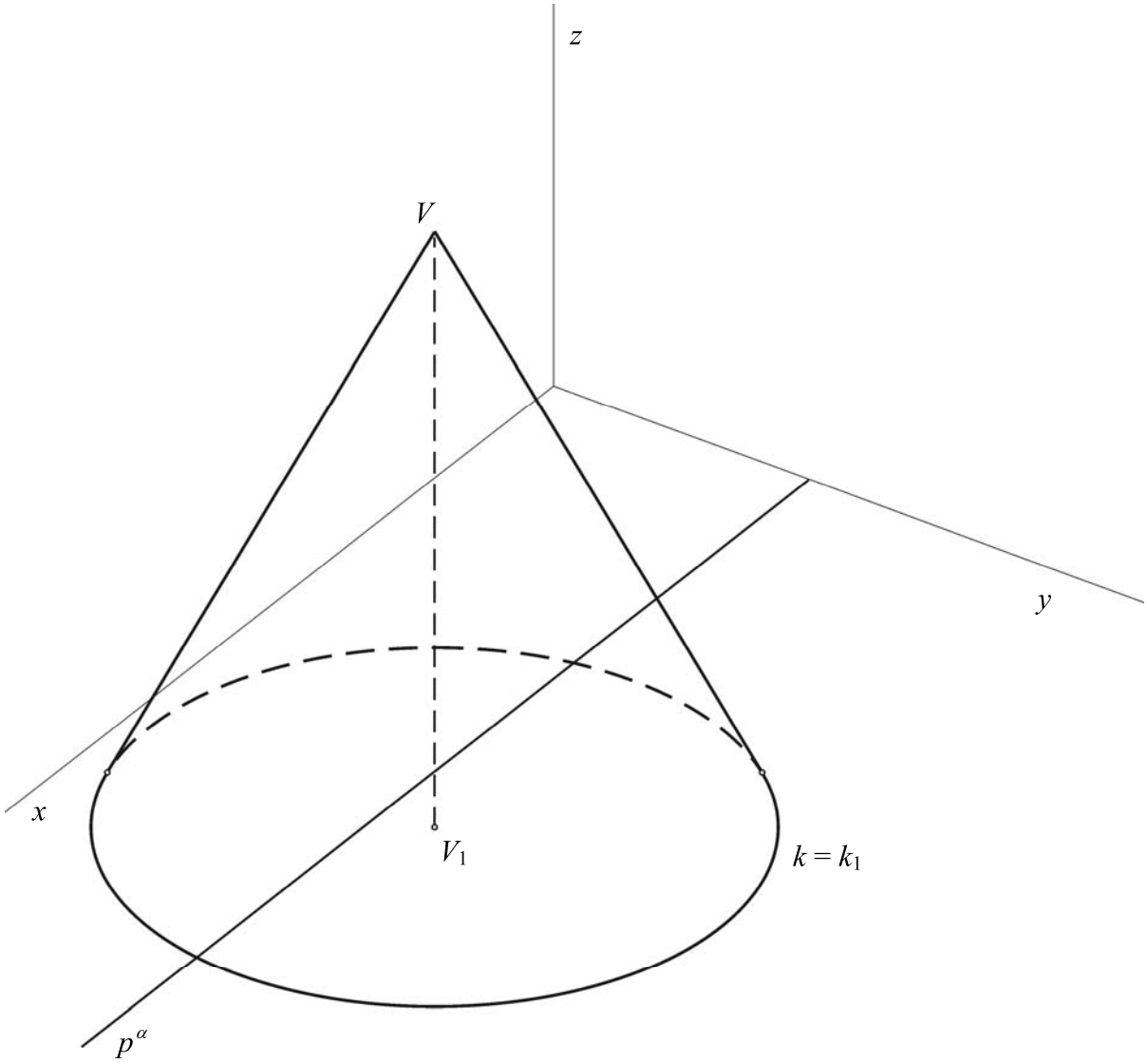


Kužeľové plochy

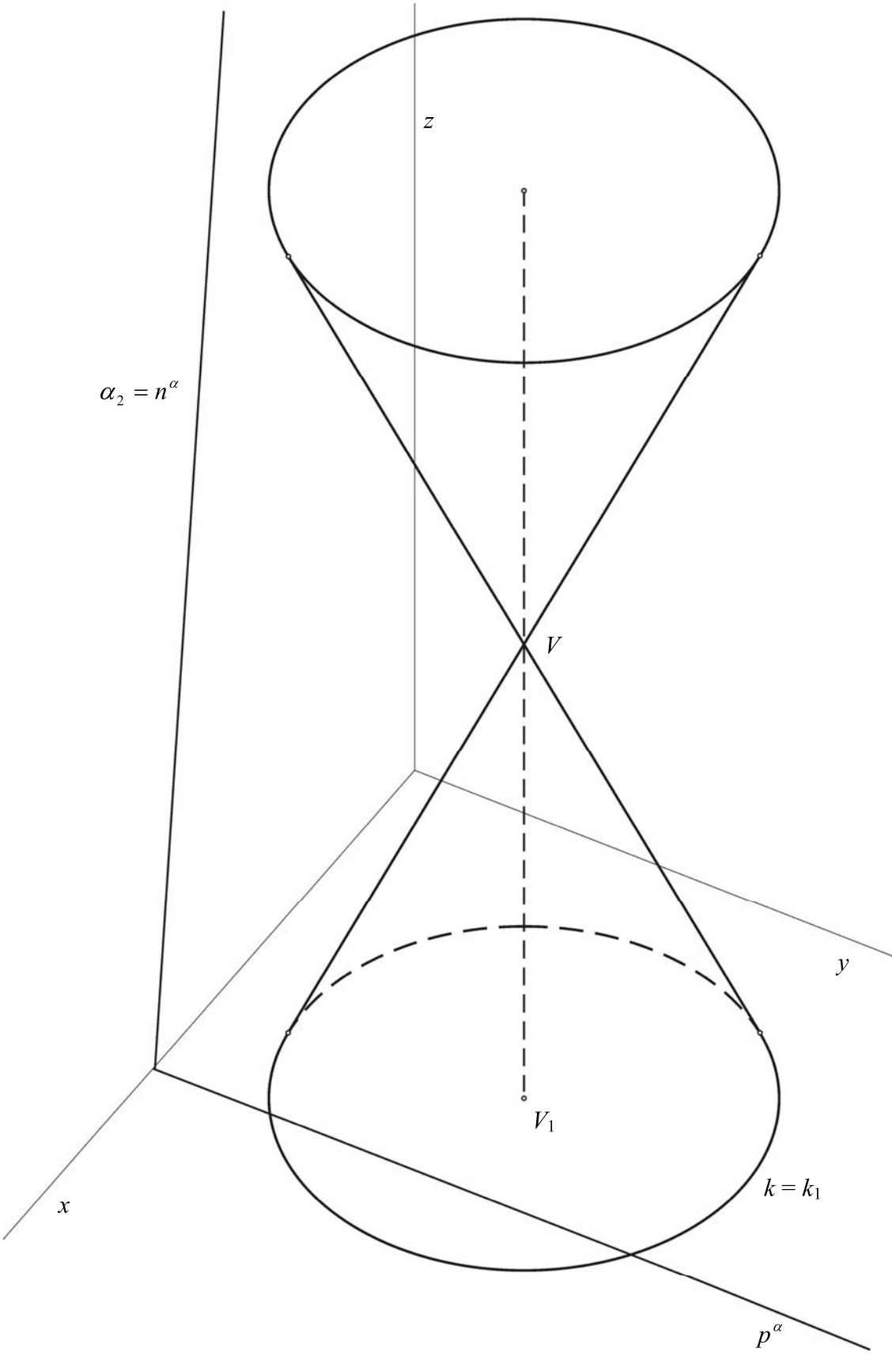
1. Zobrazte rez rotačnej kužeľovej plochy rovinou α určenou stopami.



2. Zostrojte axonometrický priemet parabolického rezu rotačnej kužeľovej plochy rovinou α, ktorá je určená pôdorysnou stopou p^{α}.

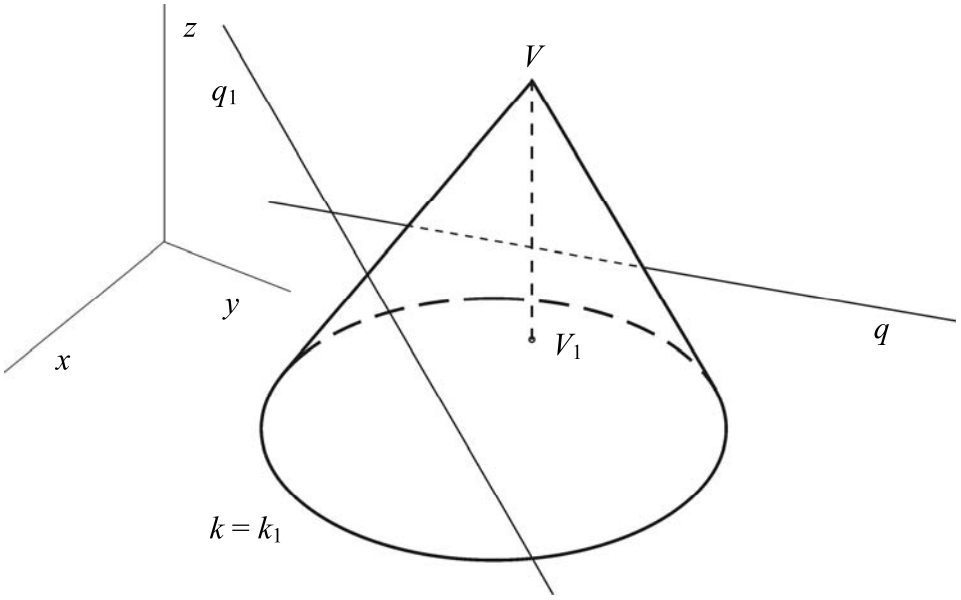


3. Zobrazte rez rotačnej kužeľovej plochy rovinou α .

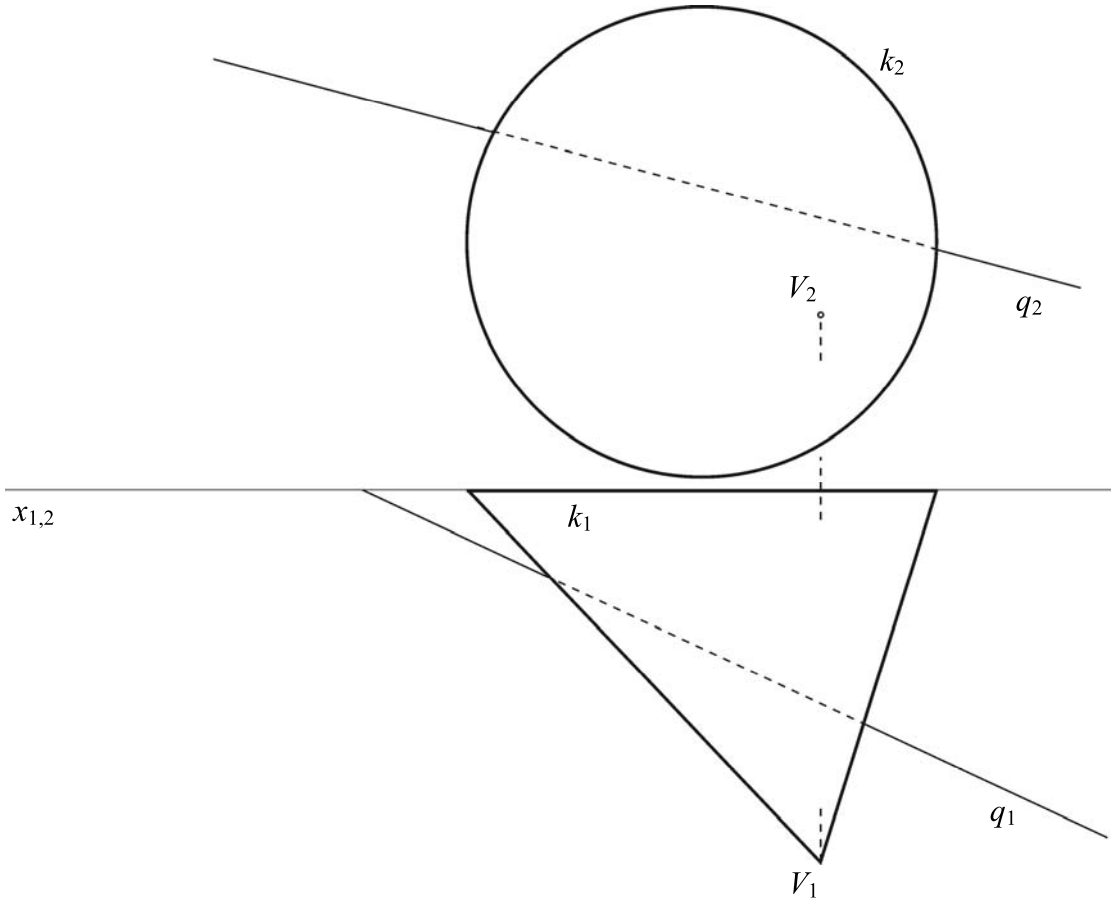


4. Zostrojte priemety prieniku priamky q s kružnicovou kužeľovou plochou

a)

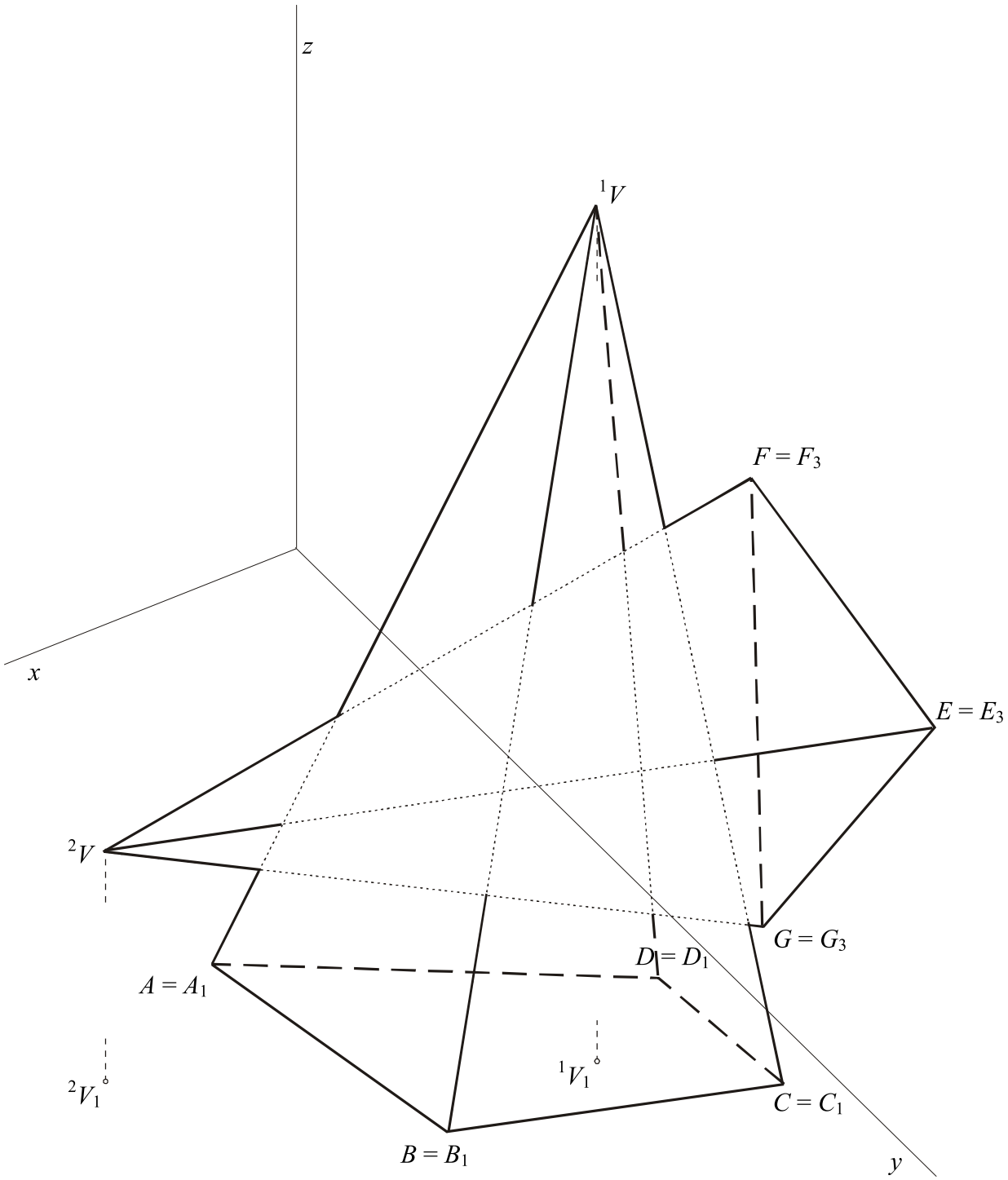


b)

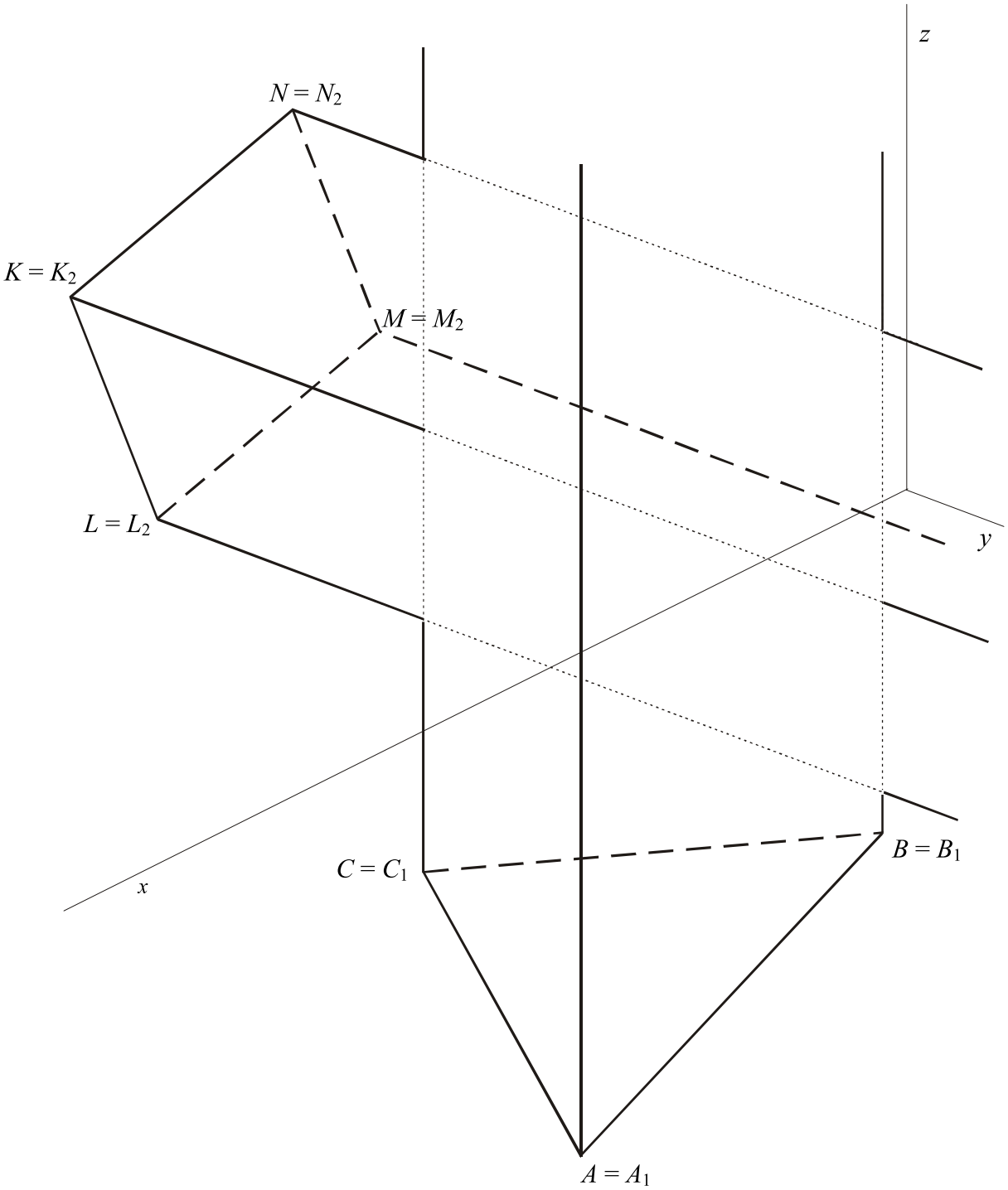


Prieniky jednoduchých plôch

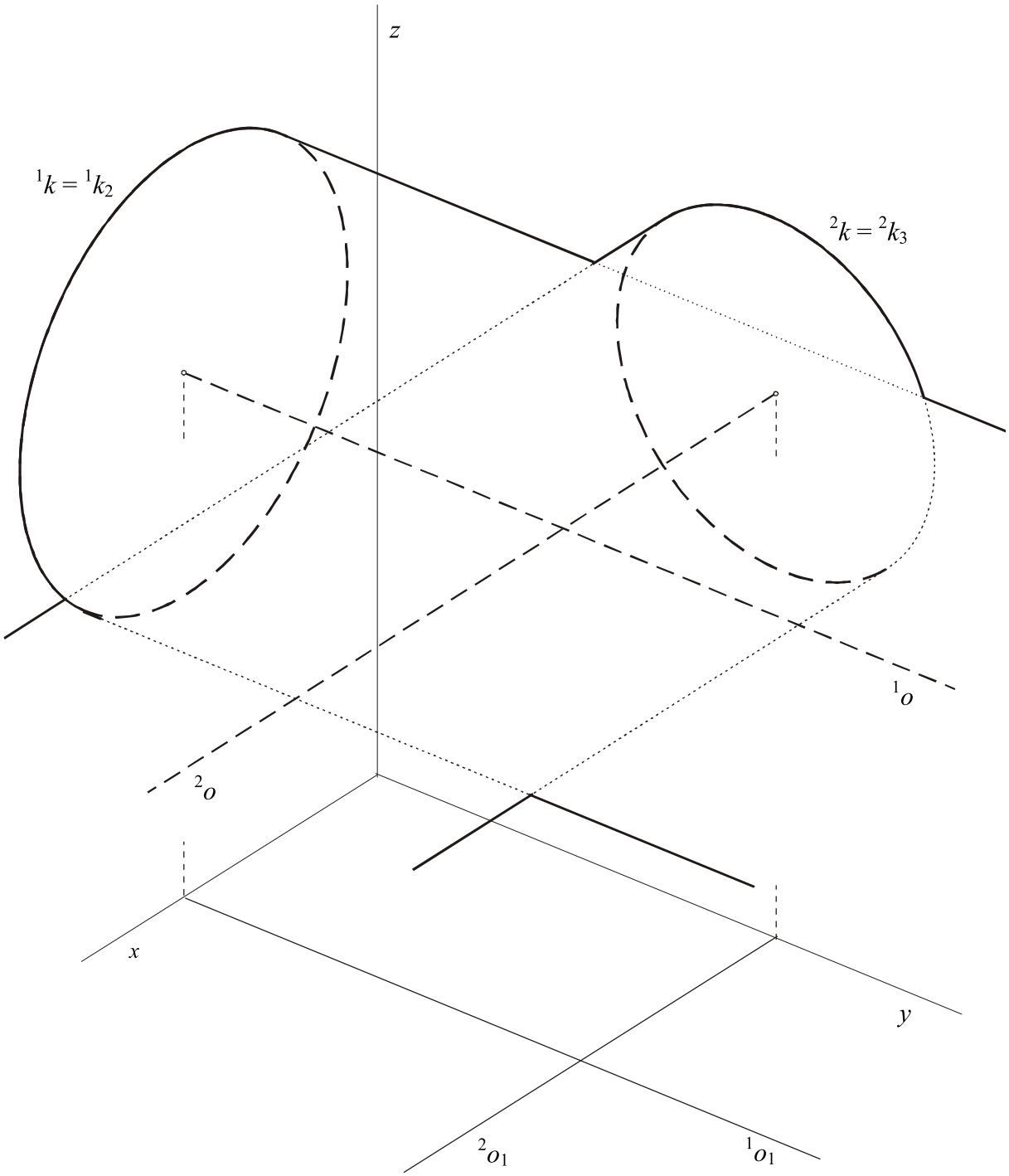
1. Zostrojte prienik ihlanových plôch.



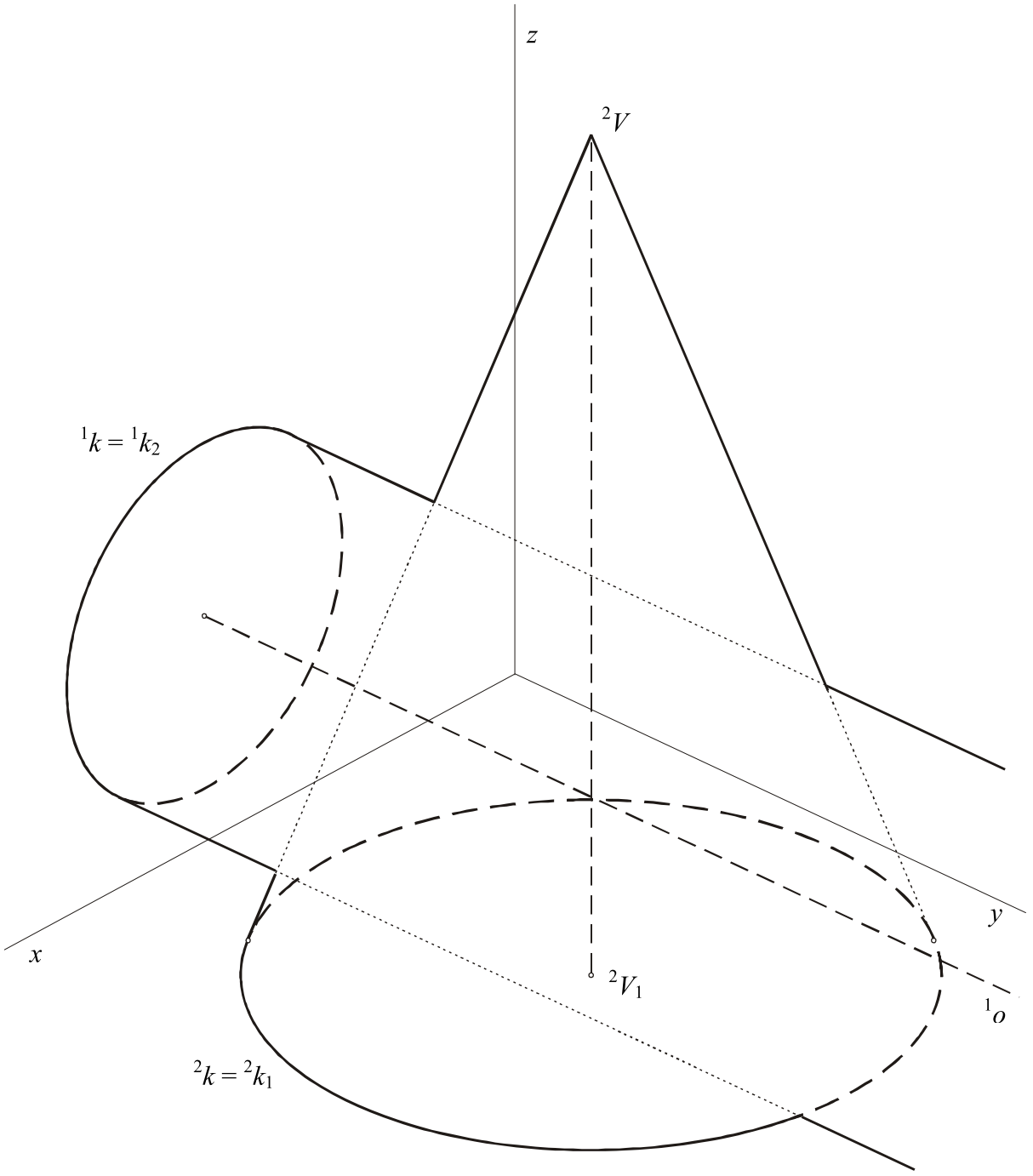
2. Zostrojte prienik hranolových plôch.



3. Zostrojte prienik rotačných valcových plôch.

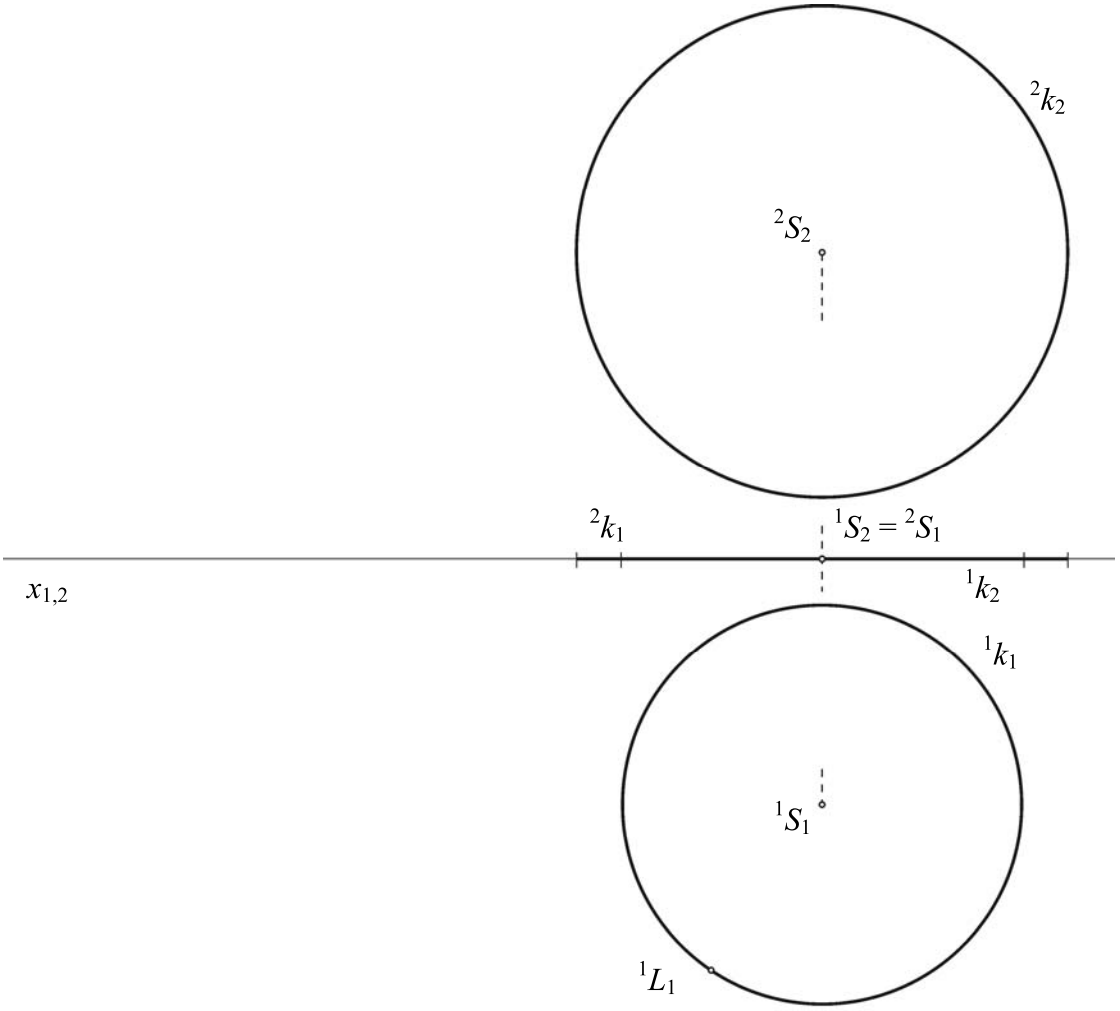


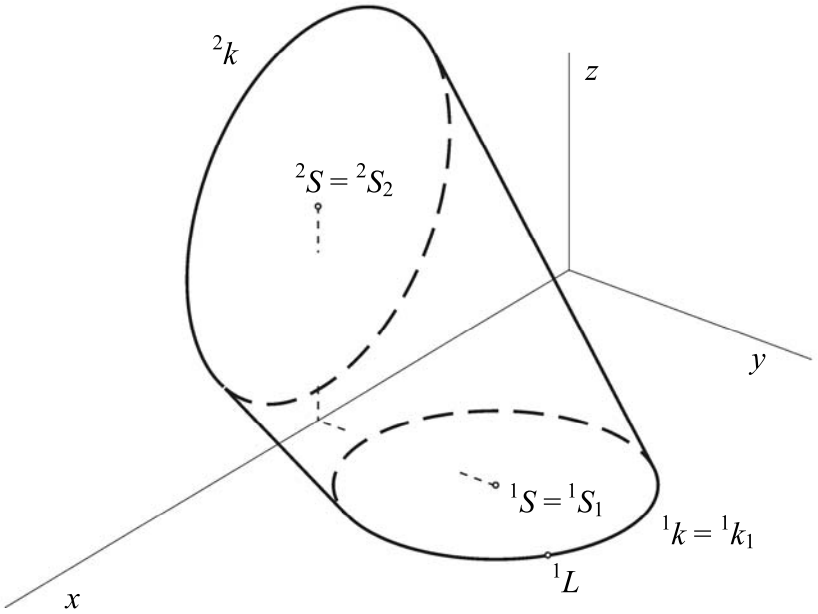
4. Zostrojte prienik rotačnej kužeľovej plochy s rotačnou valcovou plochou, ktorej os ${}^1o$ je rovnobežná s pôdorysňou.



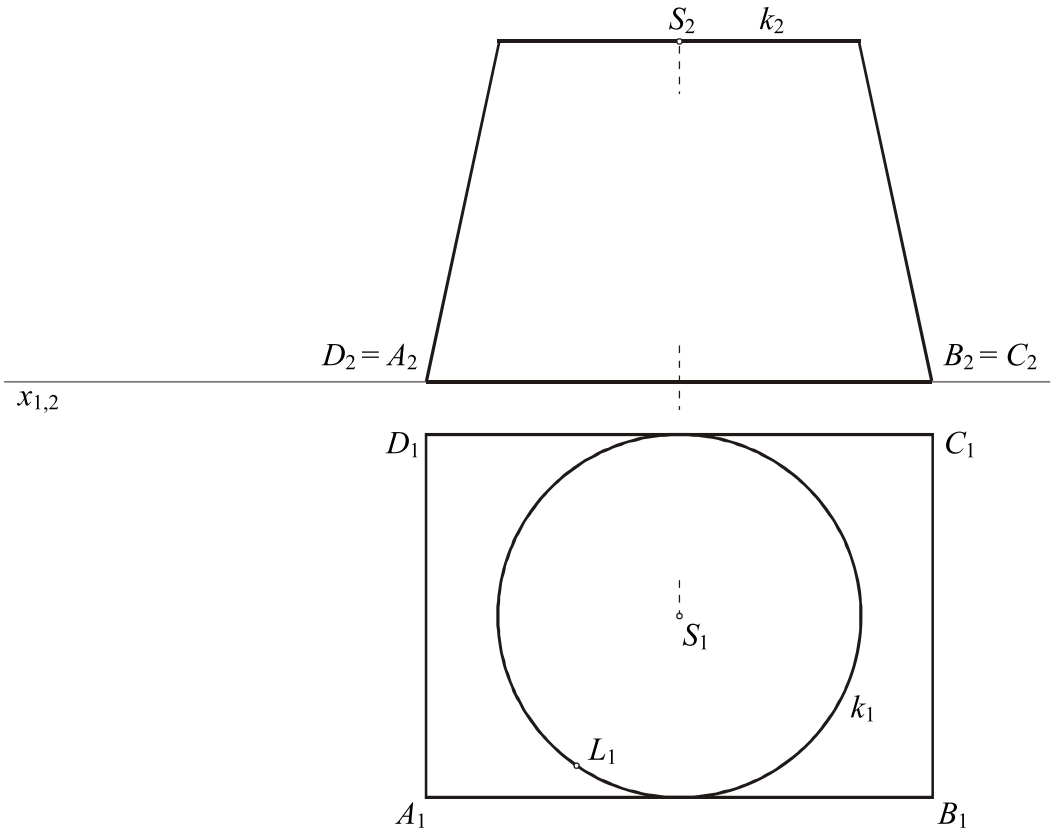
Rozvinuteľné priamkové plochy

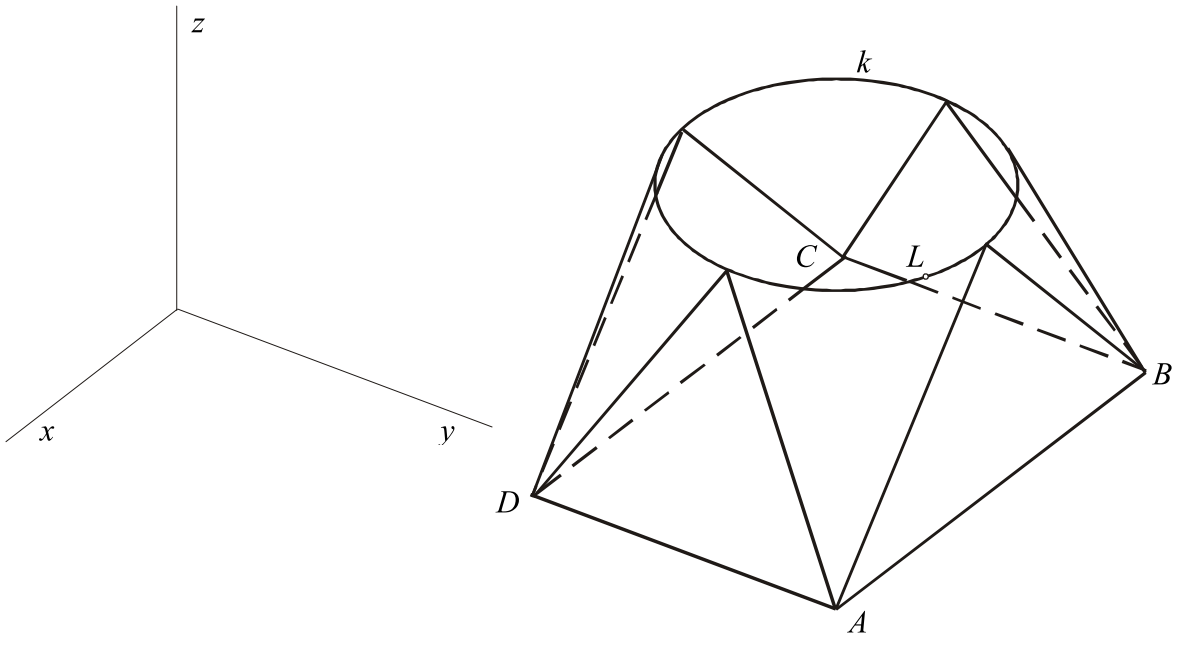
1. Rozvinuteľná priamková plocha je určená riadiacimi kružnicami ${}^1k$ a ${}^2k$.
   Zobrazte tvoriacu priamku plochy v bode ${}^1L$ a rozviňte časť plochy v jeho okolí.



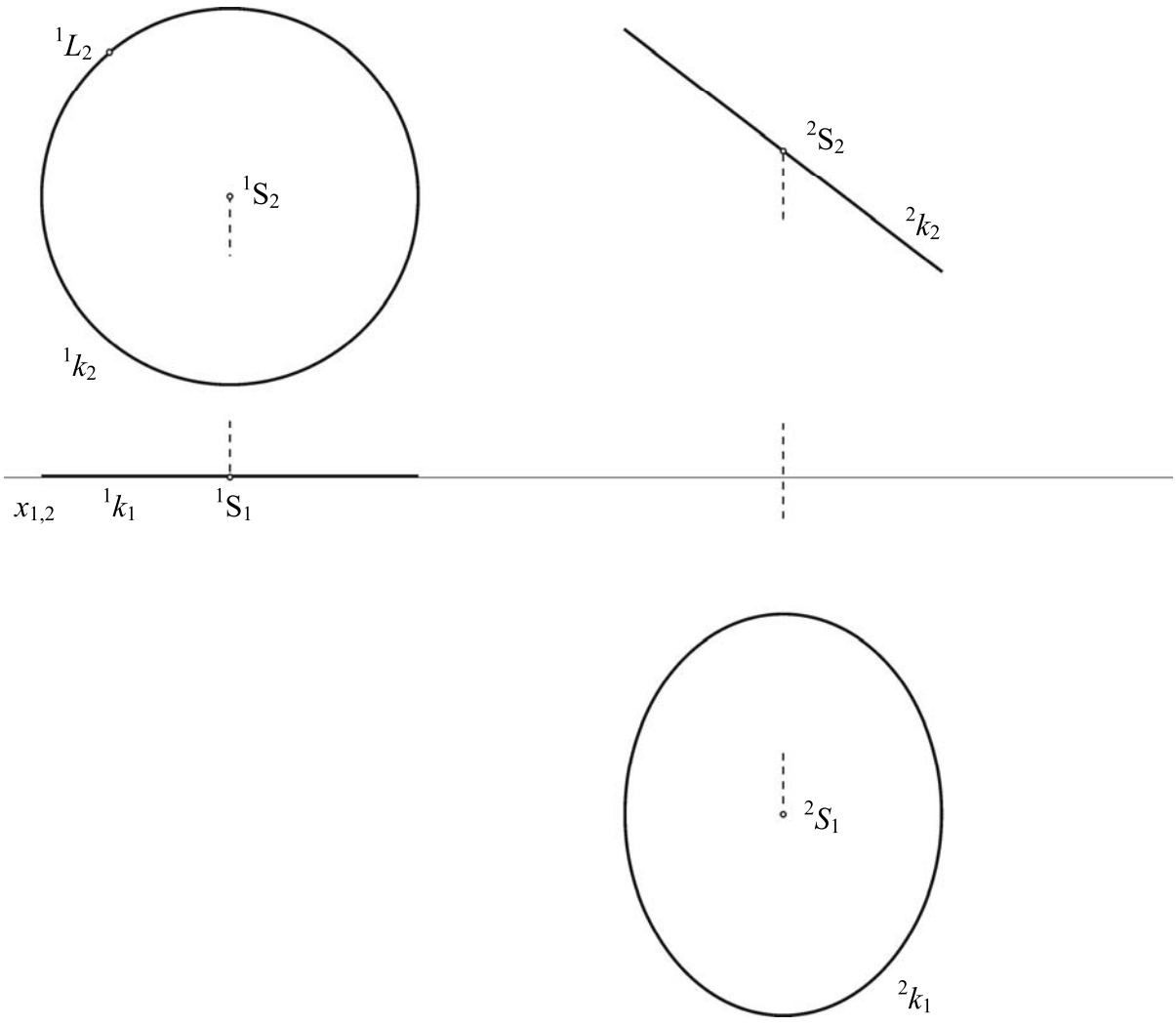


2. Rozvinuteľná priamková plocha je určená riadiacimi čiarami k a $ABCD$.
Zobrazte tvoriacu priamku plochy v bode L a rozviňte časť plochy v jeho okolí.

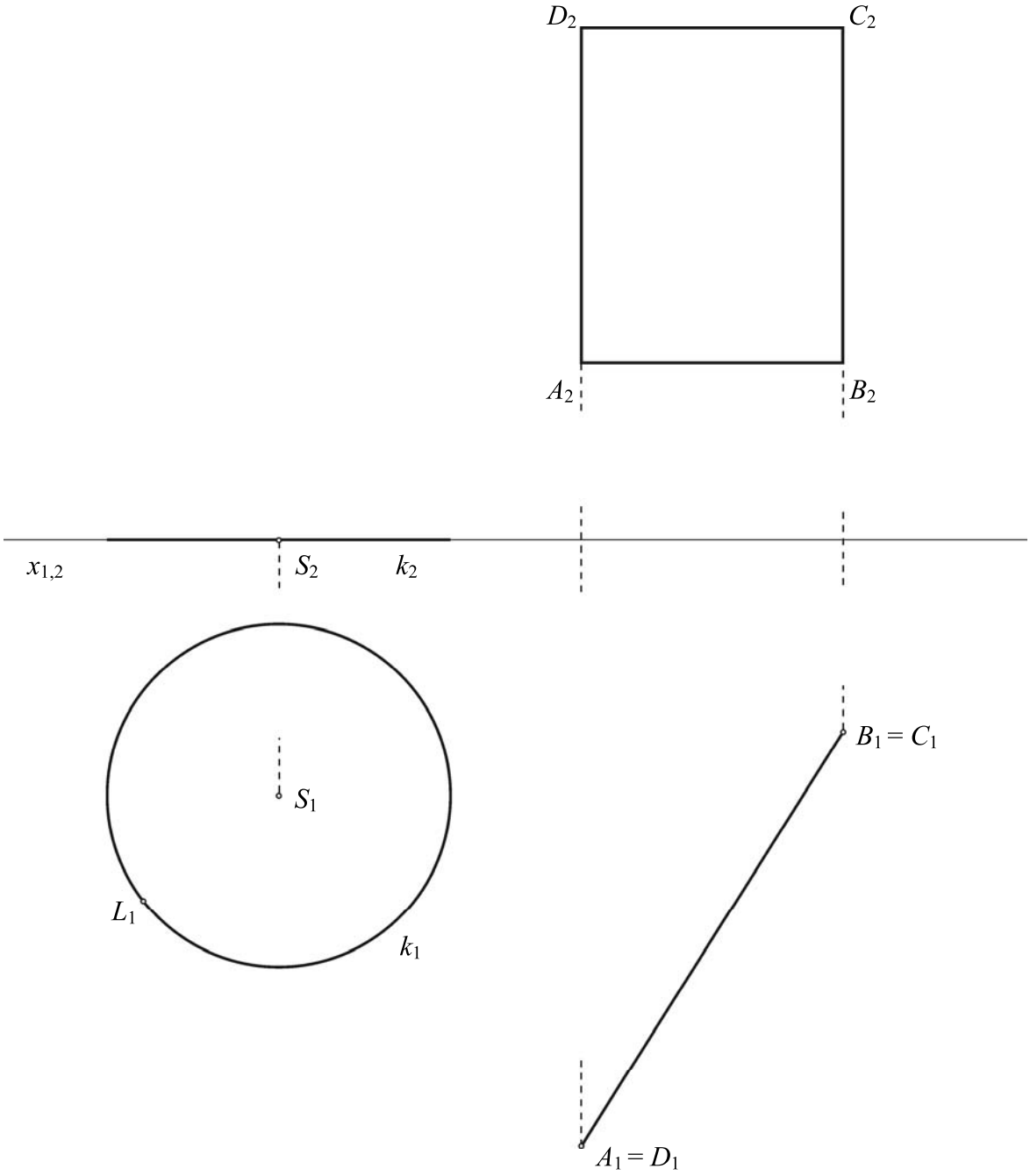




3. Rozvinuteľná priamková plocha je určená riadiacou kružnicou ${}^1k$ a elipsou ${}^2k$. Zobrazte tvoriacu priamku plochy v bode ${}^1L$ a rozviňte časť plochy v jeho okolí.

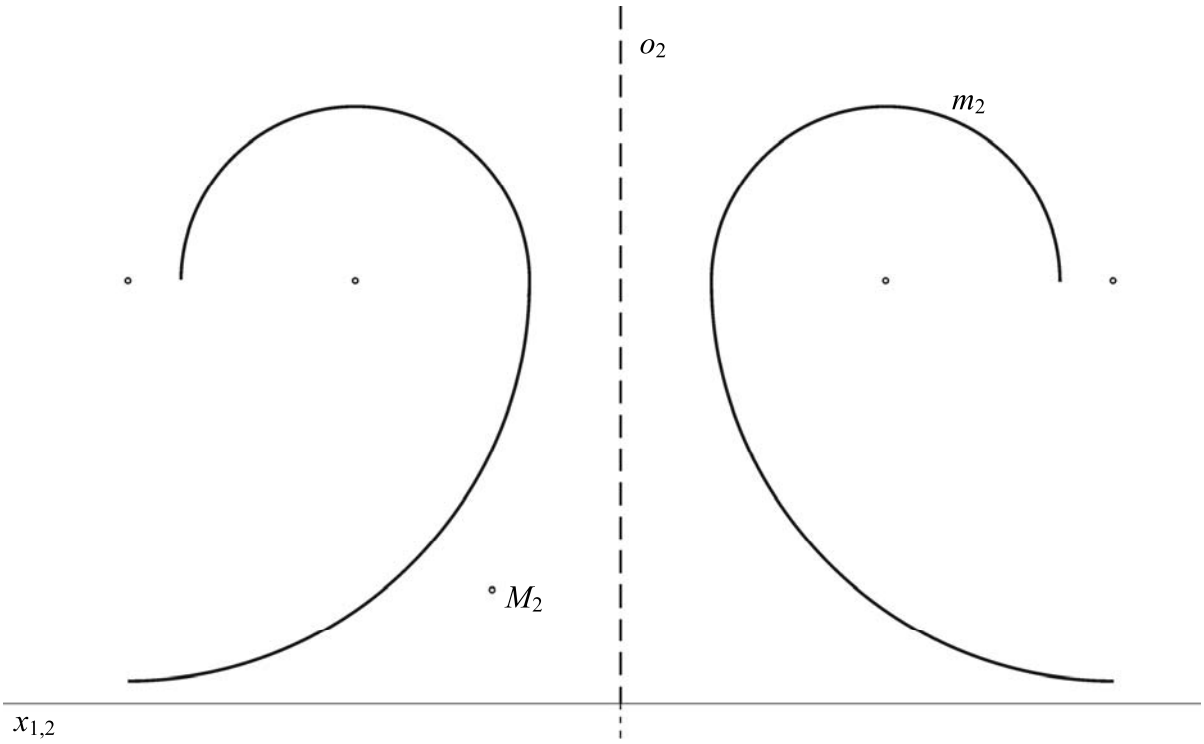


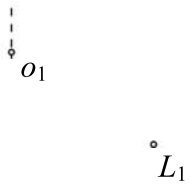
4. Rozvinuteľná priamková plocha je určená riadiacou kružnicou k a stranami obdĺžnika $ABCD$. Zobrazte tvoriacu priamku plochy v bode L a rozviňte časť plochy v jeho okolí.



Rotačné plochy

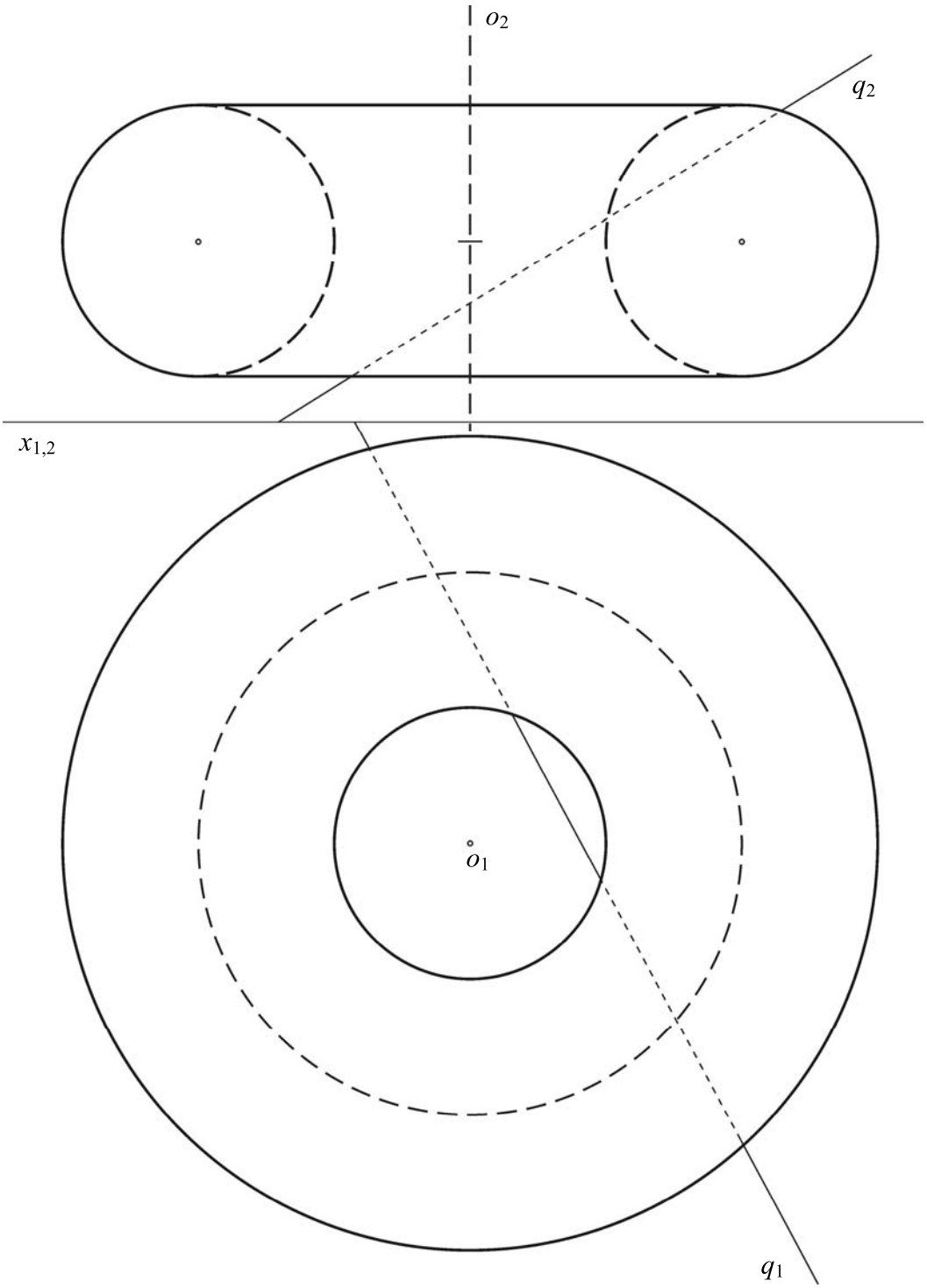
1. Zostrojte združené priemety obrysu rotačnej plochy danej hlavným meridiánom *m*. Nájdite chýbajúce priemety bodov *L* a *M* plochy a určte v nich dotykové roviny a normály plochy.



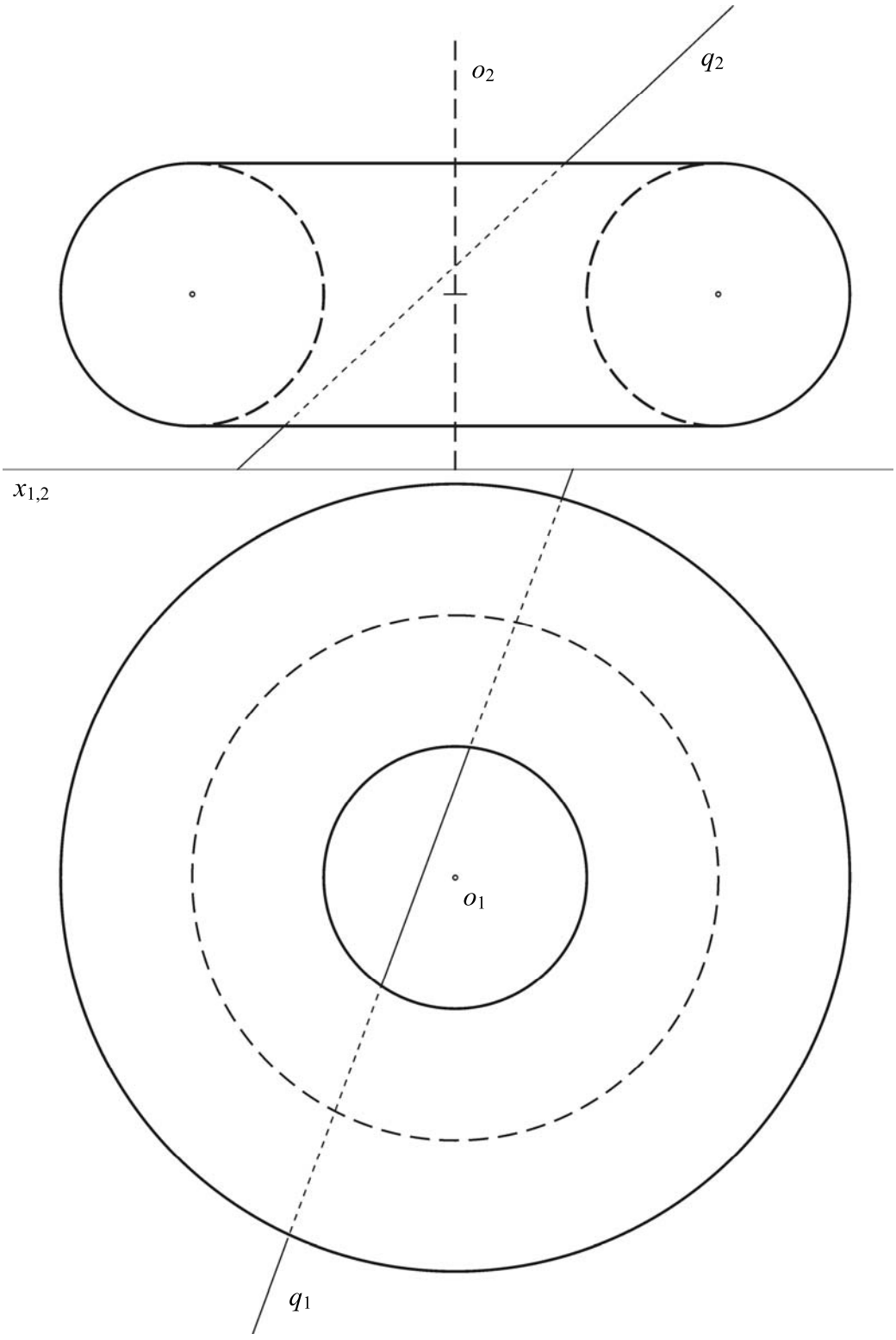


2. Nájdite priesečníky priamky q s rotačným anuloidom a zostrojte dotykovú rovinu a normálu plochy v jednom z nich

a)

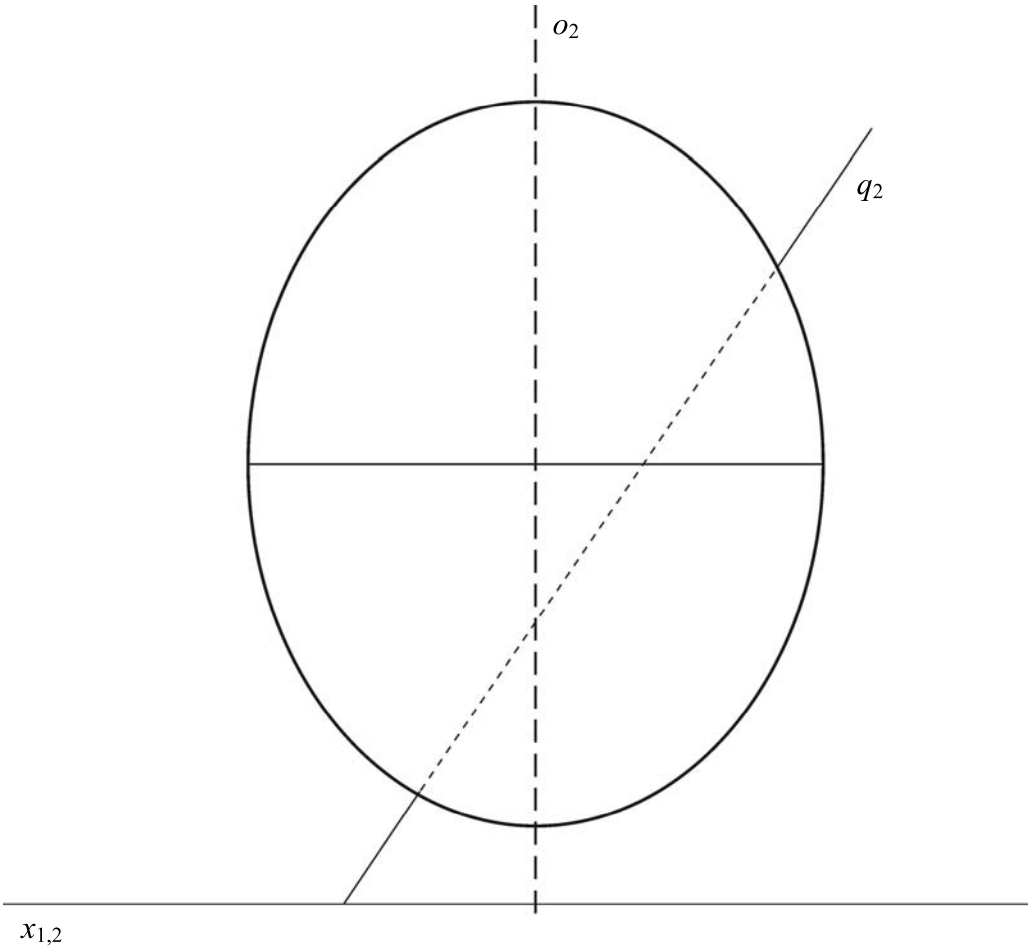


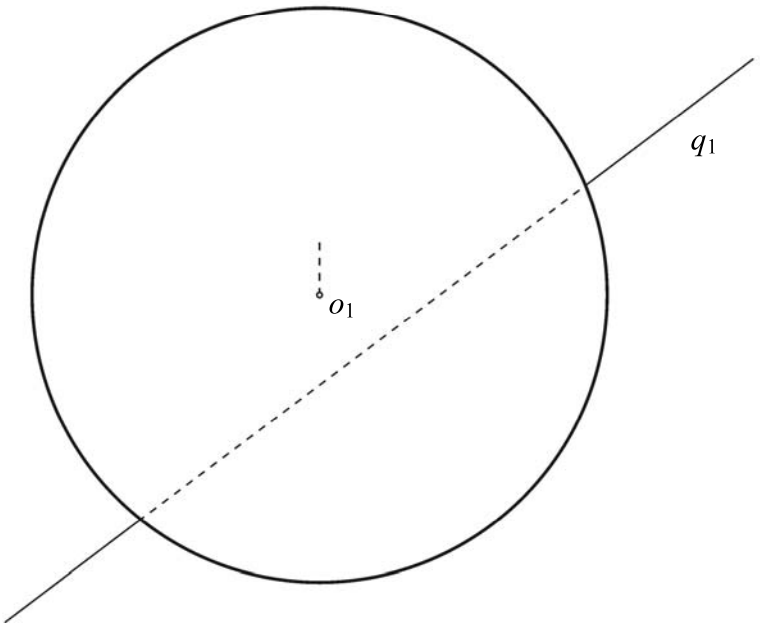
b)



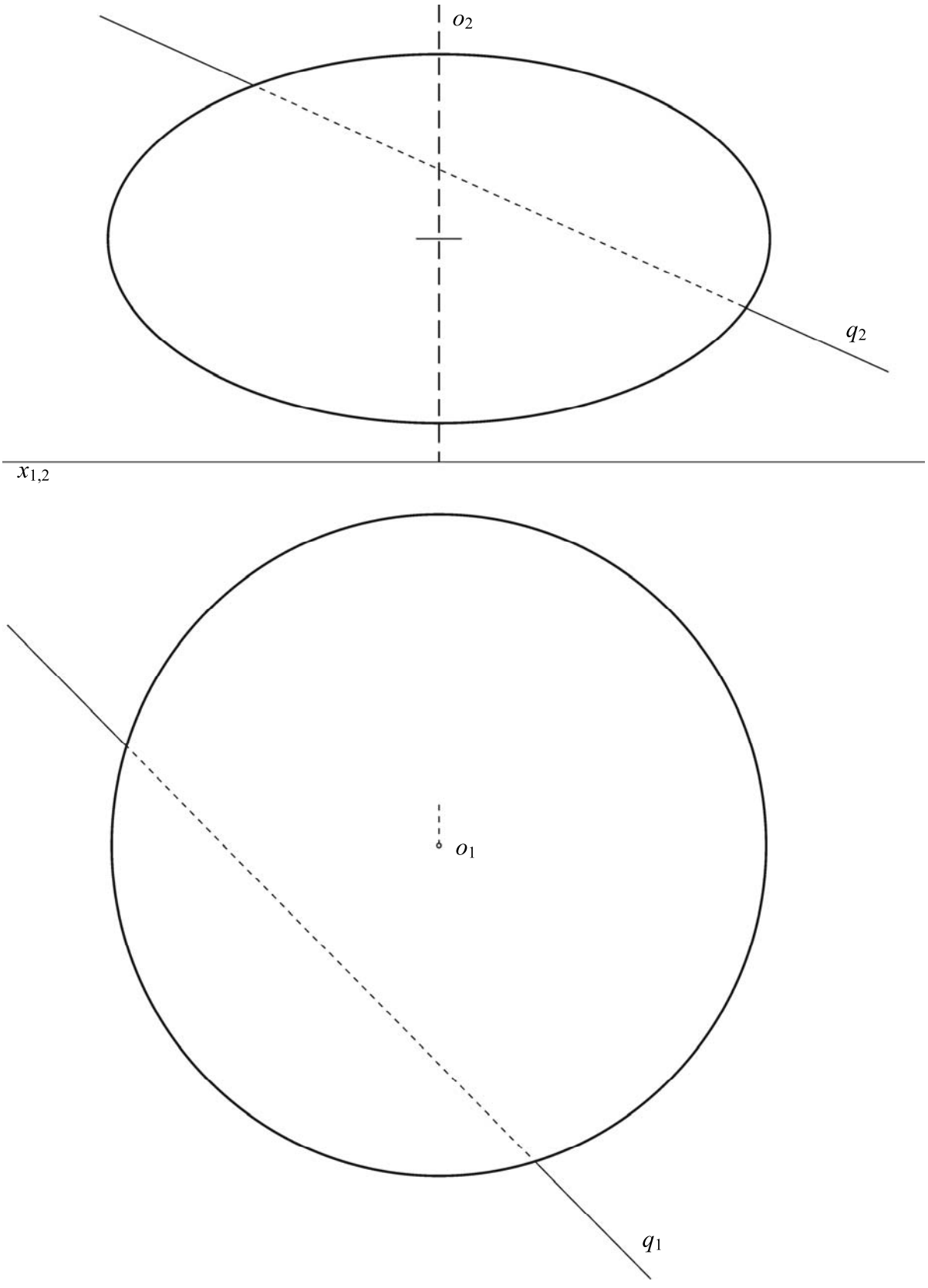
3. Zobrazte priesečníky priamky q s rotačným elipsoidom
a v jednom z priesečníkov nájdite dotykovú rovinu a normálu elipsoidu

a)

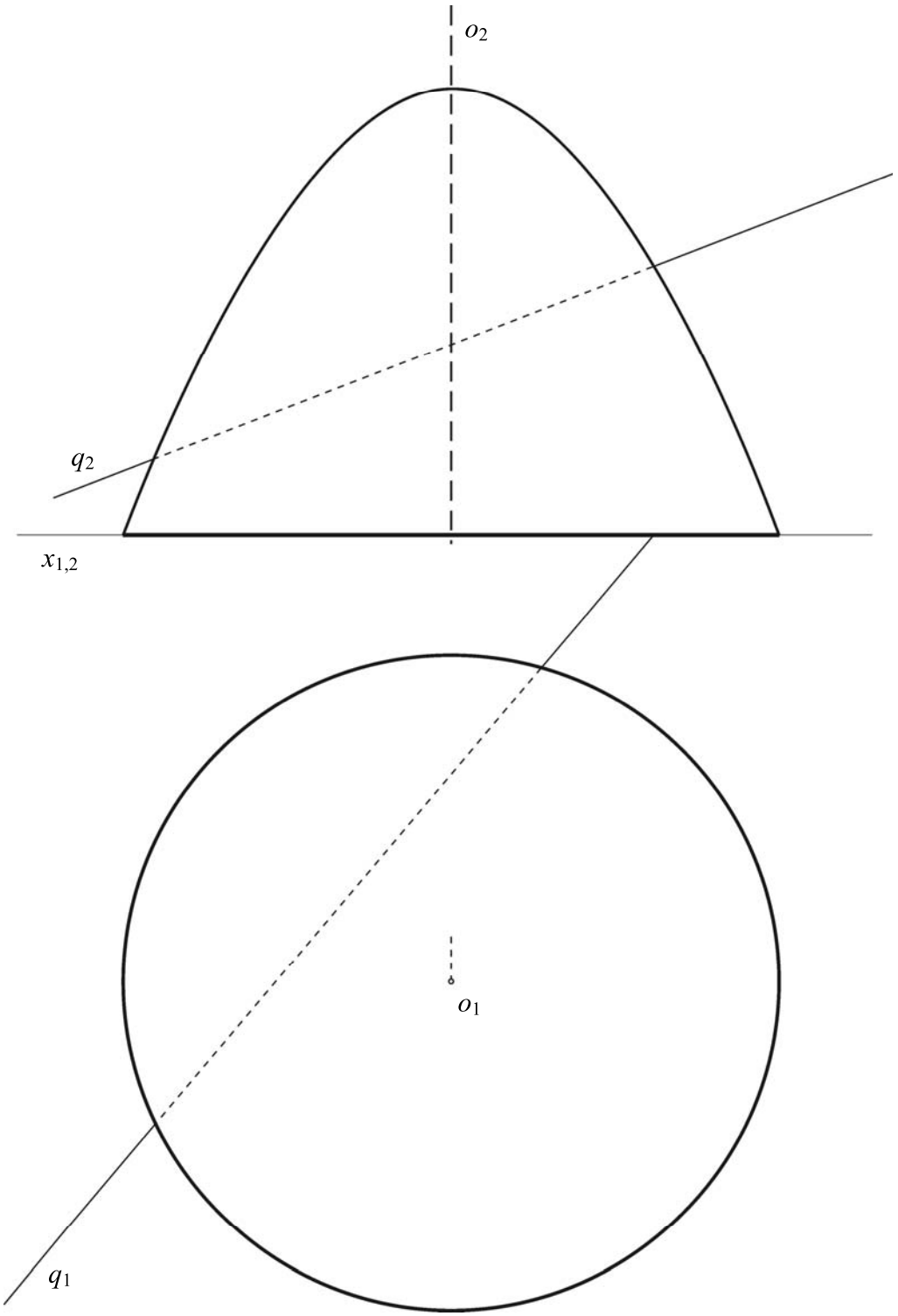




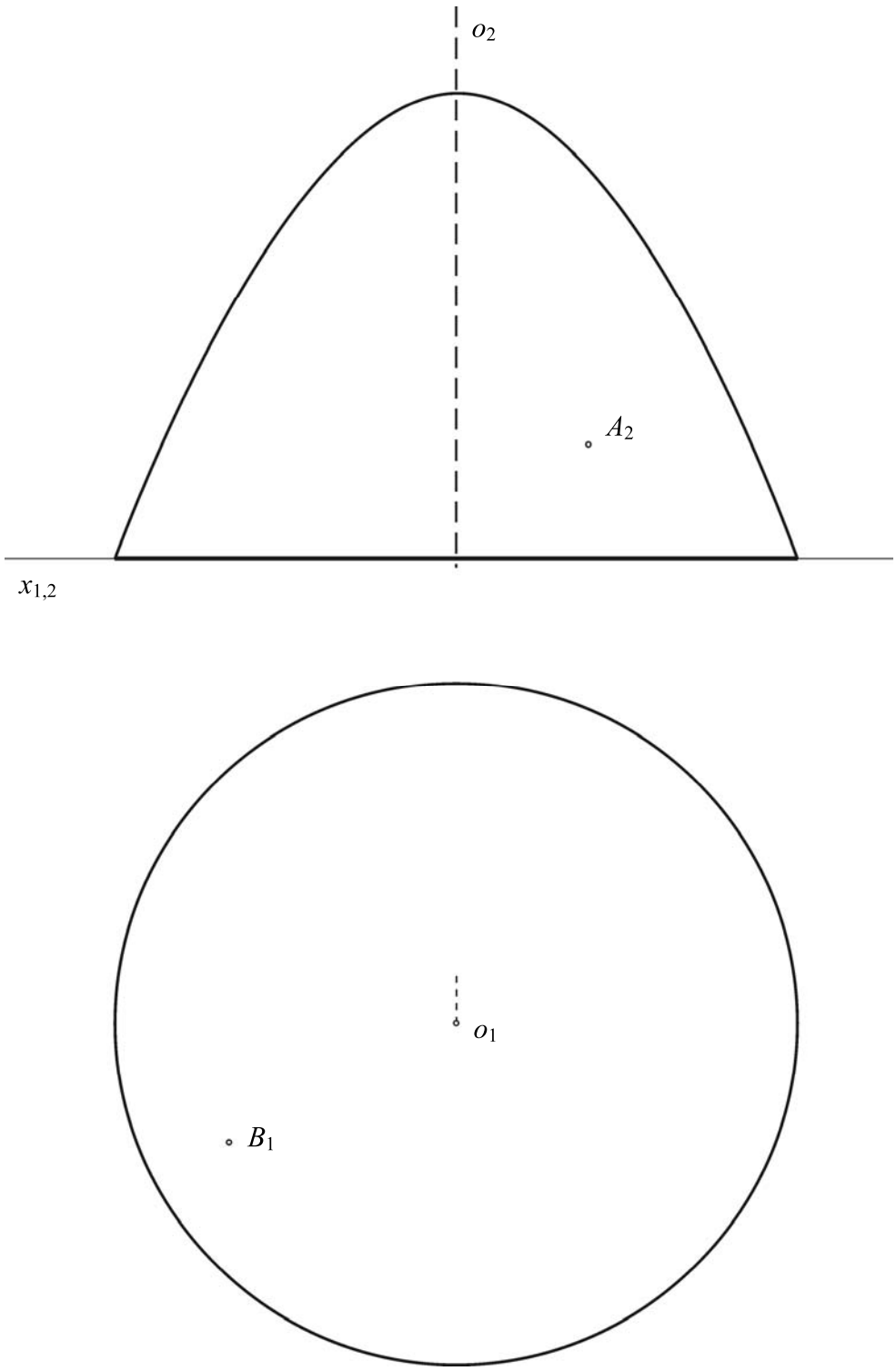
b)



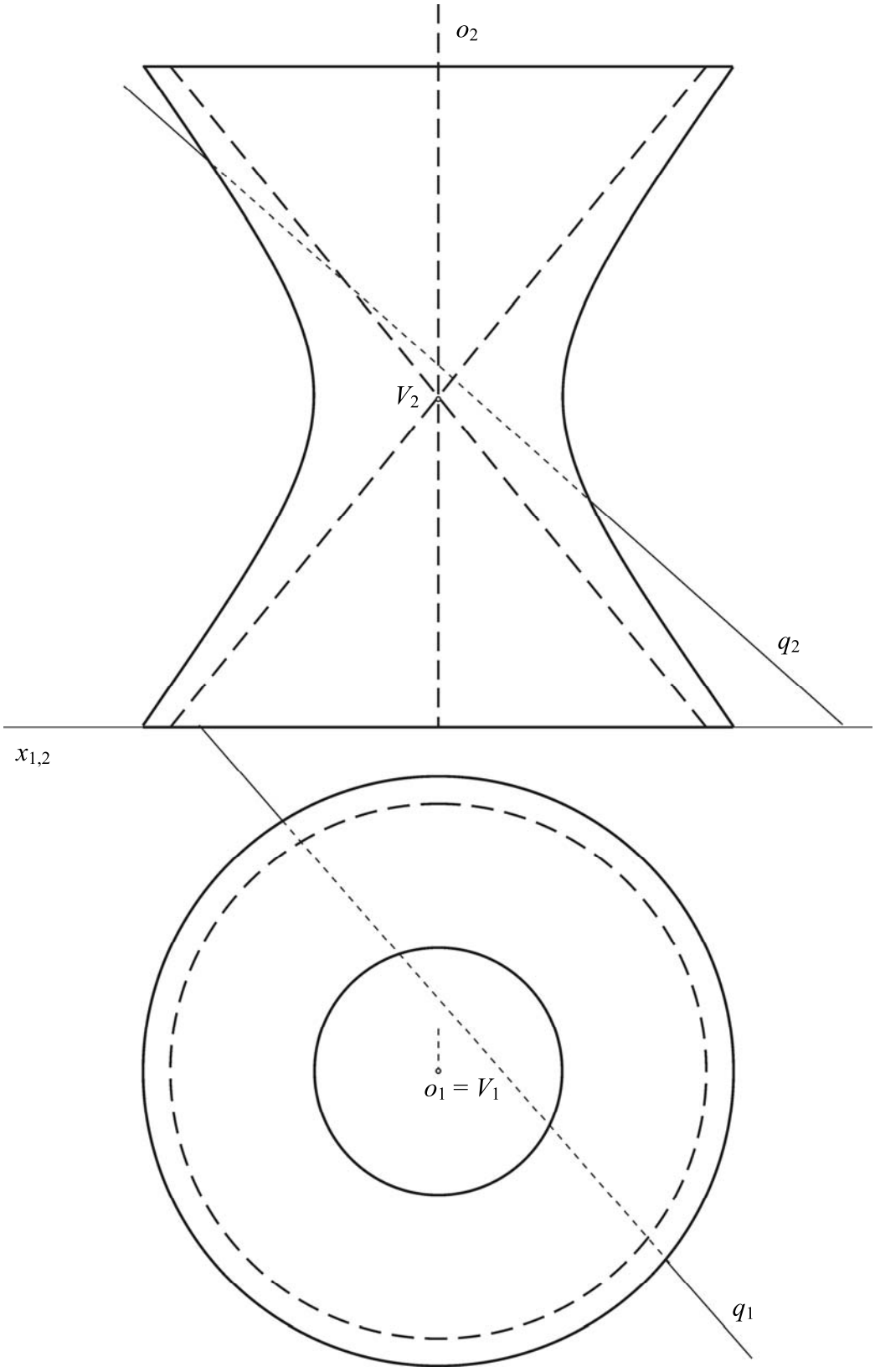
4. Zostrojte priesečníky priamky q s rotačným paraboloidom
a nájdite dotykovú rovinu a normálu paraboloidu v jednom z nich.



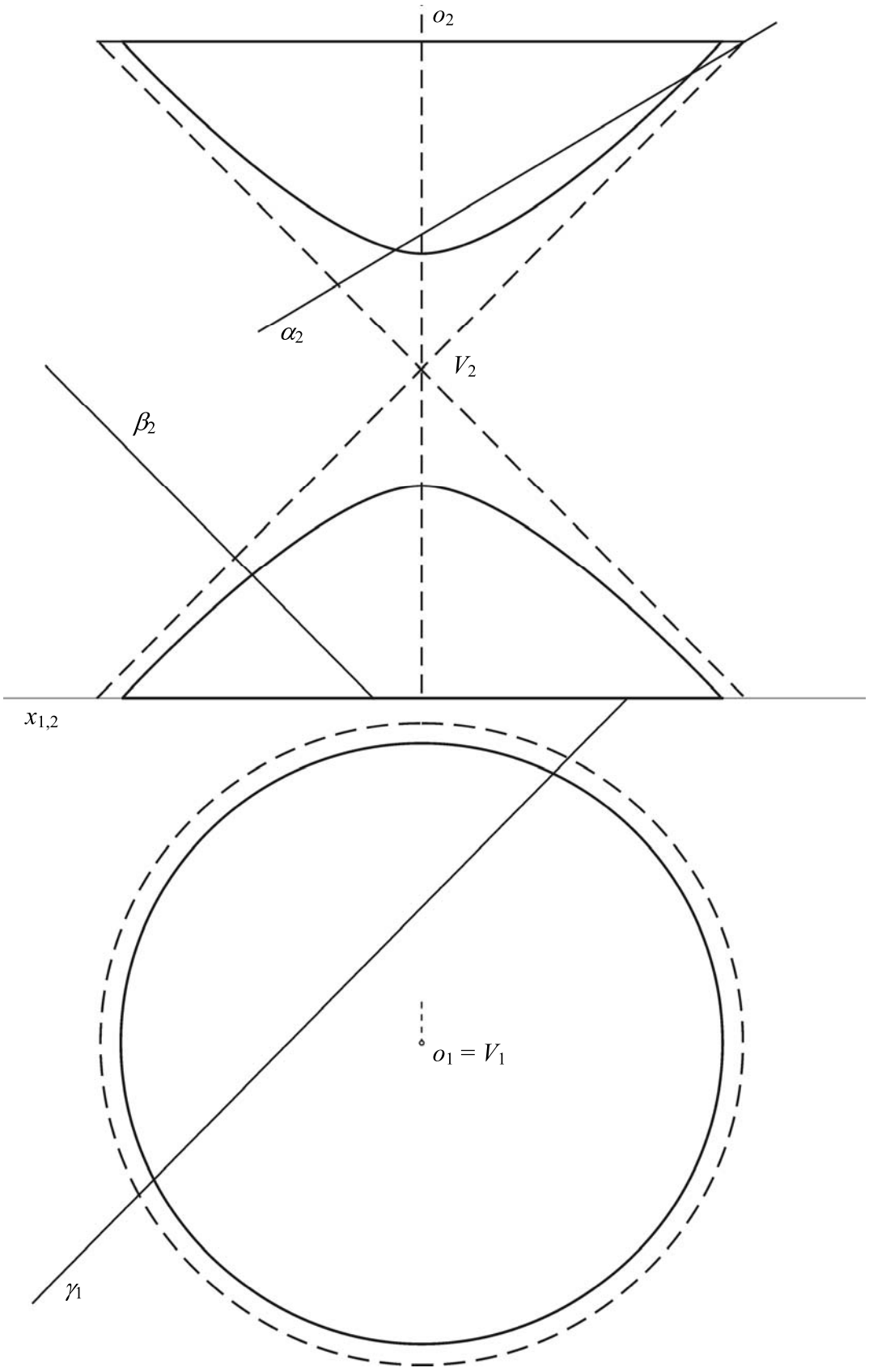
5. Na rotačnom paraboloide zobrazte parabolu prechádzajúcu bodmi A a B plochy.



6. Zostrojte priesečníky priamky q s jednodielnym rotačným hyperboloidom a v jednom z nich určte dotykovú rovinu a normálu plochy.

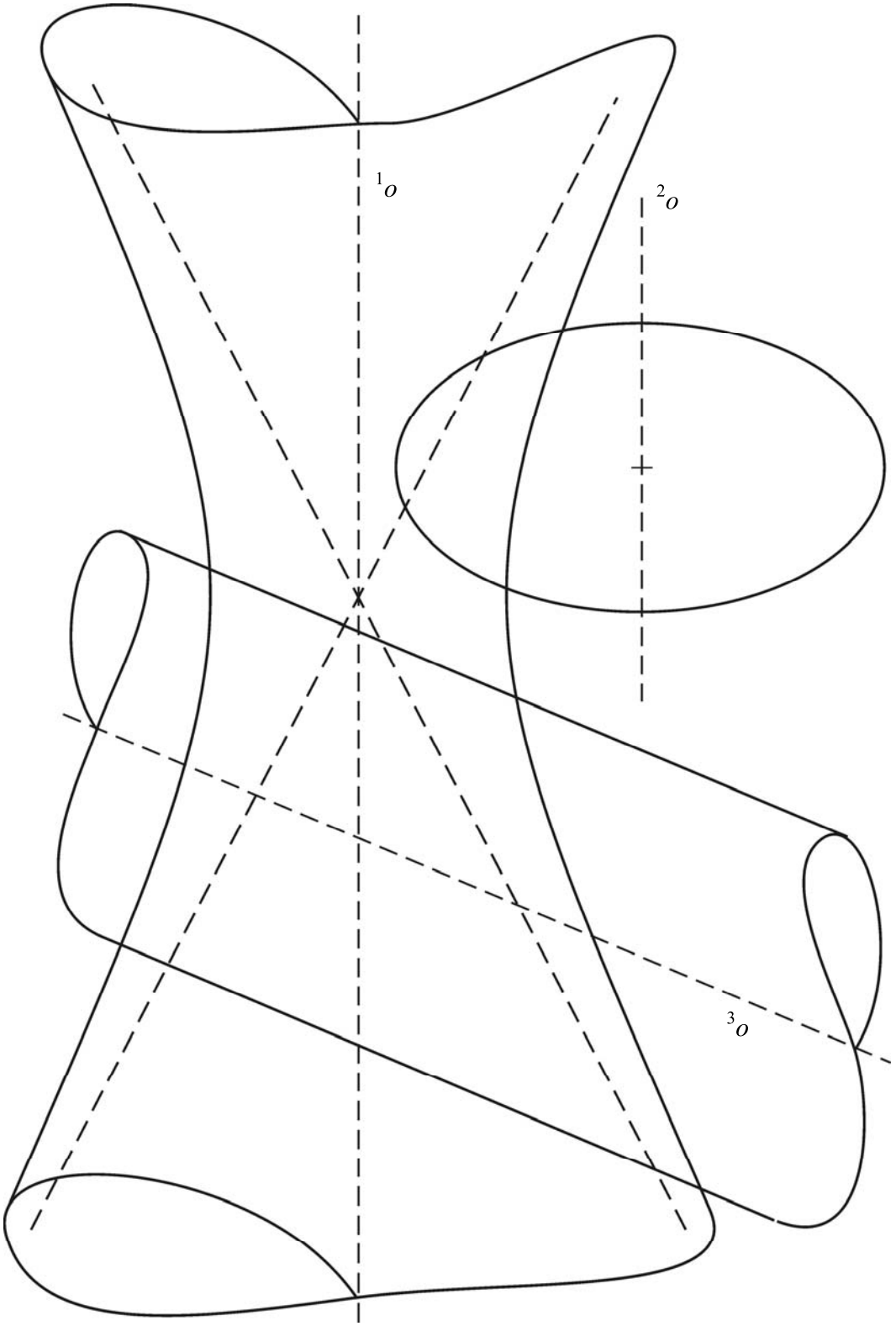


7. Zostrojte rez rotačného dvojdielneho hyperboloidu
   a) rovinou α kolmou na nárysňu,
   b) rovinou β kolmou na nárysňu,
   c) rovinou γ kolmou na pôdorysňu.

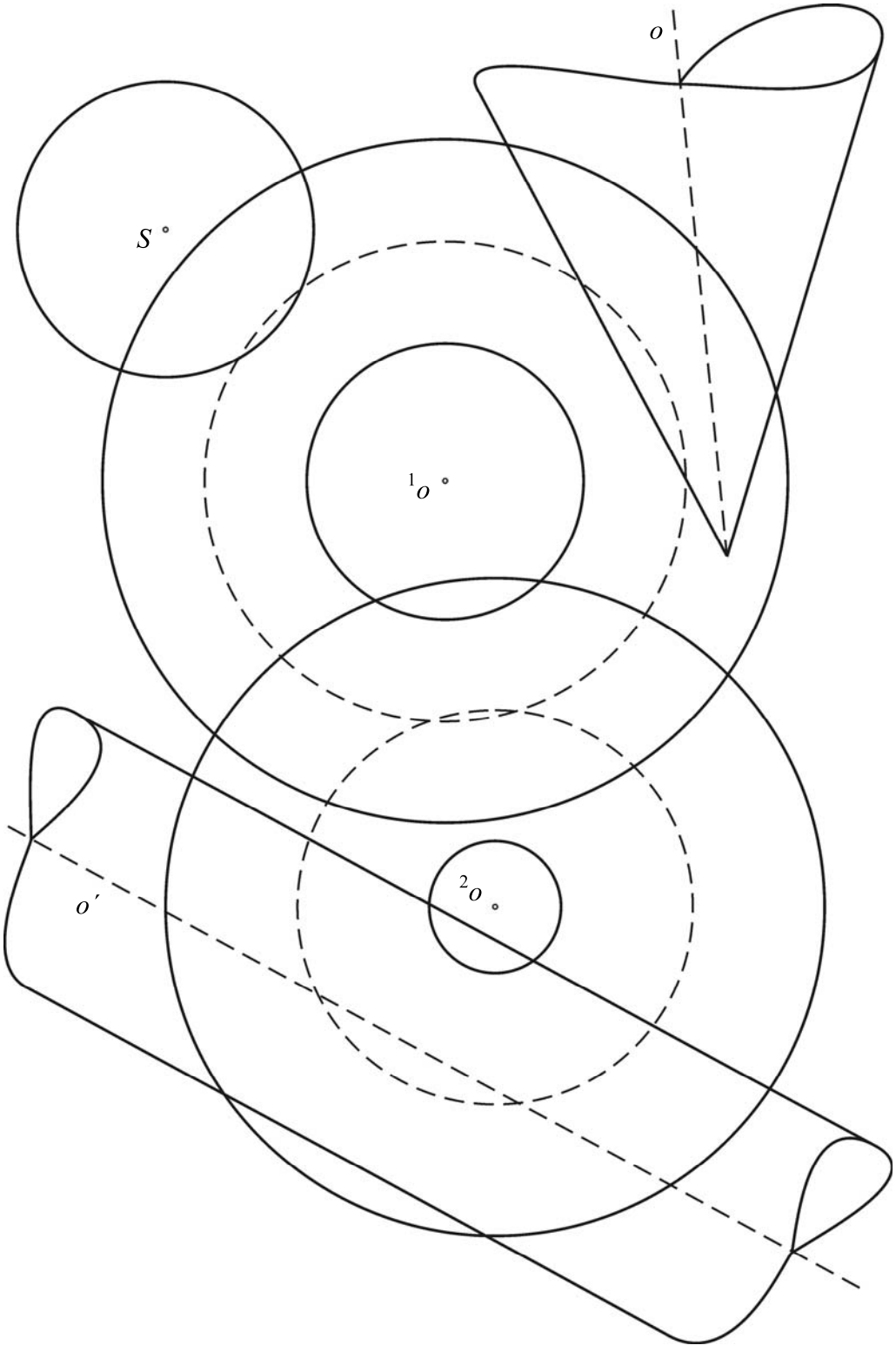


Prieniky rotačných plôch

1. Zostrojte prieniky rotačných plôch.



2. Zostrojte prieniky rotačných plôch s anuloidom.



Mongeova projekcia

1. Zobrazte stopy roviny $\beta = aM$ a jej hlavné priamky, ktoré prechádzajú bodom M,
   a) $a = AB$, $A = [0; 2; 6]$, $B = [-3; 2; 6]$, $M = [0; 4; 3]$,
   b) $a = PN$, $P = [-5; 5; 0]$, $N = [2; 0; 7]$, $M = [-1{,}5; 4; ?]$, $M_2 \in a_2$.
2. Zobrazte stopy roviny β, ktorá obsahuje priamku $c = CD$, $C = [3; 1; 4]$, $D = [-1; 4; 2]$, a je rovnobežná s priamkou $a = PN$, $P = [-4; 3; 0]$, $N = [-2; 0; -4]$.
3. Zobrazte stopy roviny β, ktorá prechádza bodom Q a je rovnobežná s rovinou γ,
   a) $\gamma = ABC$, $A = [4; 5; 6]$, $B = [-4; 1; 6]$, $C = [6; 2{,}5; 0{,}5]$, $Q = [0; 1; 2]$,
   b) rovina γ je určená spádovou priamkou ${}^2s = PM$,
   $P = [5; -5; 0]$, $M = [-4; 2; 5]$, $Q = [0; 2; 4]$.
4. Zobrazte priesečnicu rovín β a γ. Rovina $\beta = ab$:
   a) $a \parallel b$, $a = PN$, $Q \in b$, $P = [-9{,}5; 7{,}5; 0]$, $N = [-4; 0; 8{,}5]$, $Q = [-1{,}5; 0; 6]$, $\gamma = (-2; -4; -4{,}5)$
   b) $a \parallel b$, $a = AB$, $N \in b$, $A = [2; 4; 4]$, $B = [-4; 0; 6]$, $N = [-7; 0; 5]$, $\gamma = (5; 3; \infty)$.
5. Zobrazte priesečnicu rovín β a τ, ak:
   a) $\beta = n^{\alpha}L$, $\tau = ap$,
   $a = AL$, $p = LQ$, $\beta = (-10; ?; 5)$, $L = [1; 3; 4]$, $A = [-2; 1; 8{,}5]$, $Q = [-5; 7; 4]$,
   b) $\beta \parallel \pi$, $\tau = ab$,
   $a = AQ$, $p = BQ$, $|\alpha\pi| = 5$ cm, $A = [-5; 10; 7]$, $Q = [0; 5; 3]$, $B = [-5; 2; -2]$,
   c) $\beta = (-3; 7; 3)$, $\tau = (3; -2; -7)$.
6. Zobrazte rovinu β prechádzajúcu priamkou $a = PA$ tak, aby jej priesečnice s rovinami σ, δ boli rovnobežné,
   $P = [-3; 3{,}5; 0]$, $A = [0{,}5; 4{,}5; 1{,}2]$, $\sigma = (-5{,}5; 14; 4)$, $\delta = (2; 2; -3{,}5)$.
7. Priamkou $p = AB$ zostrojte rovinu δ kolmú na rovinu $\beta = (4; -4; 2)$,
   $A = [0; 4; 3]$, $B = [3; 8; 3]$.
8. Zobrazte prienik trojuholníkov ABC a KLM, $A = [5; 9{,}5; 1]$, $B = [-3; 4{,}5; 2]$, $C = [0; 1; 8]$, $K = [6; 5; 6]$, $L = [-6{,}5; 9; 6{,}5]$, $M = [1{,}5; 2; 2{,}5]$.
9. Zobrazte prienik trojuholníka ABC a rovnobežníka $KLMN$, $A = [-5; 6; 3{,}5]$, $B = [7; 2{,}5; 6{,}5]$, $C = [0; 1; 1{,}7]$, $K = [2; 2{,}3; 1{,}5]$, $L = [-5; 1{,}5; 0{,}5]$, $M = [-3; 5; 5{,}5]$.
10. Zobrazte prienik rovnobežníkov $ABCD$ a $KLMN$, $A = [-5; 8; 4{,}5]$, $B = [1; 7; 1]$, $C = [4; 1{,}5; 4]$, $K = [-4{,}5; 1{,}5; 2]$, $L = [5; 3{,}5; 1{,}5]$, $M = [2; 9; 5]$.
11. Zobrazte priečku mimobežiek $a = SQ$, $b = NR$, ktorá leží v rovine β, $S = [8; 2{,}5; 5{,}5]$, $Q = [2{,}5; 1{,}5; 3]$, $N = [0; 0; 3{,}5]$, $R = [-5; 13; 6]$, $\beta = (3; 3; -5)$.
12. Zobrazte os mimobežiek $a = AB$ a $b = CD$,
   $A = [0; 0; 4]$, $B = [-6; 7{,}5; 2]$, $C = [6; 4; 4]$, $D = [-6; 7{,}5; 10{,}5]$.
13. Zistite veľkosť uhla roviny $\beta = (3; 1{,}5; -4)$ s pôdorysňou a nárysňou.
14. Zobrazte úsečku AB ležiacu na priamke a, ktorá zviera s pôdorysňou uhol φ. Zistite dĺžku úsečky AB, $A = [0; 5; 4]$, $|A_1B_1| = 4$ cm, $|A_2B_2| = 3$ cm, $\varphi = 30°$.
15. Zobrazte bod M' súmerne združený s daným bodom M podľa roviny trojuholníka ABC, $A = [4; 6; 8{,}5]$, $B = [-1; 3; 3{,}5]$, $C = [-5; 8; 5{,}5]$, $M = [-3; 1{,}5; 8]$.
16. Zistite veľkosť uhla rôznobežných priamok a, b, $a = XP$, $X = [-2; 3{,}5; 5]$, $P = [6; 10; 0]$, $b = XN$, $N = [-4; 0; 3]$.
17. Zistite vzdialenosť dvoch rovnobežných priamok a, b, $a = PN$, $Q \in b$, $P = [3; 1{,}5; 0]$, $N = [0; 0; 2{,}5]$, $Q = [-7{,}5; 0; 5]$.

18. Zistite vzdialenosť dvoch rovnobežných rovín $\beta = (4; 3; -6{,}5)$ a $\sigma = (-2; ?; ?)$.
19. Zistite veľkosť uhla rovín α a β, $\alpha = (5; -9{,}5; 5)$, $\beta = (-4; -5; 3)$.
20. Zistite vzdialenosť bodu M od priamky $a = RT$,
$M = [-4; 4; 3]$, $R = [3; -1; 1]$, $T = [-3{,}5; 9; 6]$.
21. Zobrazte stopy roviny β, ktorá je kolmá na rovinu α, prechádza bodom Q a je rovnobežná s priamkou $q = AB$,
$\alpha = (-8; 4; 8)$, $Q = [0; 5; 4]$, $A = [-4; -2; 1]$, $B = [0; 8; 1]$.
22. V rovine $\alpha = ABC$ zobrazte priamky, ktoré sú od bodu B vzdialené o dĺžku d_1 a od bodu C o dĺžku d_2, $A = [0; 5; 6{,}5]$, $B = [2; 2; 5]$, $C = [-1{,}5; 3{,}5; 2]$, $d_1 = 3{,}5$ cm, $d_2 = 2$ cm.
23. Nájdite ortocentrum trojuholníka ABC, $A = [2{,}5; 2{,}5; 7]$, $B = [-1; 1; 5]$, $C = [1{,}5; 6; 2]$.
24. Zobrazte rovnostranný trojuholník ABC, ktorého strana BC leží na priamke $a = PN$,
$A = [-1{,}5; 5{,}2; 0{,}5]$, $P = [9; 14; 0]$, $N = [0; 0; 4]$.
25. Zobrazte rovnostranný trojuholník ABC ležiaci v rovine kolmej na priamku $q = QN$, ktorého ťažisko T leží na priamke q, $A = [4{,}5; 3{,}5; 8{,}5]$, $Q = [5; 12; 3]$, $N = [-4; 0; 9]$.
26. Zistite skutočný tvar rovnobežníka $ABCD$,
$A = [0; 2{,}5; 2]$, $B = [-5; 4{,}5; 1]$, $C = [-3; 5; 5]$.
27. Zobrazte kosoštvorec $ABCD$, ktorého strany ležia na priamkach $a = AM$, $b = AP$,
$A = [0; 4; 4]$, $M = [-8; -1; 6{,}5]$, $P = [-8; 5; 0]$, $d = 5$ cm je dĺžka strany.
28. Zobrazte štvorec $ABCD$ ležiaci v rovine β, ak jeho stred S leží na uhlopriečke $u = AC$, ktorá zviera s pôdorysnou stopou roviny β uhol φ, $S = [2; 4; ?]$, $\beta = (-6{,}5; 6{,}5; 5)$,
$\varphi = 30°$, $r = 4$ cm je polomer kružnice opísanej v jeho vrcholoch.
29. Zobrazte štvorec $ABCD$ so stredom S na priamke o, ktorá je kolmá na rovinu štvorca,
$o = PQ$, $A = [-4; 8; 7]$, $P = [-4; 2; 0]$, $Q = [4; 8; 10]$.
30. Zobrazte obdĺžnik $ABCD$ v rovine β,
$A = [0; 3; ?]$, $C = [-5; ?; 2{,}5]$, $\beta = (-7; 6; 5)$, $|AB| = 3$cm.
31. Zobrazte obdĺžnik $ABCD$ v rovine β,
$A = [0; ?; 3]$, $B = [4; ?; 5]$, $\beta = (-6; 5; 6)$, $|BC| = 3$ cm.
32. Zobrazte rovnostranný lichobežník $ABCD$ v rovine β so základňami AB a CD, výškou $v = 4$ cm a stranou $|BC| = 5$ cm, $A = [1{,}5; 3; ?]$, $B = [5{,}5; ?; 4]$, $\beta = (2; 2; -1)$, $y^B < y^C$.
33. Zobrazte lichobežník $ABCD$ v rovine β so základňami AB a CD, výškou $v = 3{,}5$ cm, $BC = CD = 3{,}5$ cm, $A = [-1{,}5; ?; 2]$, $B = [4; 5; ?]$, $\beta = (-6; 6; 5)$.
34. Zobrazte pravidelný päťuholník $ABCDE$ so stredom S a vrcholom A, ktorý leží v rovine β, $S = [2; 2; ?]$, $A = [-1; 2; ?]$, $\beta = (-7; 6; 4)$.
35. Zobrazte pravidelný šesťuholník $ABCDEF$ v rovine určenej dvoma rovnobežnými priamkami a, d, s vrcholmi A, B na priamke $a = PQ$ a D, E na priamke d,
$a = PQ$, $P = [6; 11{,}5; 0]$, $Q = [3; -3; 11{,}5]$, $N = [0; 0; 5]$, $N \in d$, $A = [4{,}5; ?; ?]$.
36. Zobrazte pravidelný šesťuholník $ABCDEF$ ležiaci v rovine β, s uhlopriečkou AD,
$\beta = (\infty; 7; 6)$, $A = [1; ?; 1{,}5]$, $D = [6{,}5; 1{,}5; ?]$.
37. Zobrazte kružnicu ležiacu v rovine β s polomerom r, ktorá sa dotýka nárysne a pôdorysne, $\beta = (5{,}5; 4; 6{,}5)$, $r = 4{,}5$ cm.
38. Zobrazte kružnicu vpísanú do trojuholníka ABC,
$A = [0; 3; 3]$, $B = [-2{,}5; 8; 1]$, $C = [-6; 3; 6{,}5]$.
39. Zobrazte dotyčnice kružnice opísanej trojuholníku ABC v jeho vrcholoch,
$A = [0; 0{,}5; 6]$, $B = [-5; 6{,}5; 6{,}5]$, $C = [0{,}5; 6{,}5; 1]$.
40. Bod $A = [-4; 5; 4{,}5]$ otočte okolo osi $o = PQ$ do nárysne, $P = [-3; 0{,}5; 0]$, $Q = [4; 7; 7{,}5]$.

Kolmá axonometria

V príkladoch voľte axonometrický trojuholník $|XY| = 10$ cm, $|YZ| = 11$ cm, $|XZ| = 12$ cm.

1. Zobrazte daný bod a jeho súradnicový kváder:
   a) $A = [2; 5; 3]$,
   b) $B = [4; -1; -4]$,
   c) $C = [-2; 7; 4]$.
   Zobrazte stopníky priamky $a = AB$.
2. Zobrazte stopy roviny α a hlavné priamky p, n, m roviny α, ktoré prechádzajú bodom A:
   a) $\alpha = ABC$, $A = [2{,}5; 7; 8]$, $B = [3{,}7; 5; 4{,}5]$, $C = [1{,}5; -2{,}5; 2{,}5]$,
   b) $\alpha = ab$, $a = QA$, $b = QB$, $A = [2; 5{,}5; 1]$, $B = [7; 3{,}5; 0]$, $Q = [2; 2; 3]$,
   c) $\alpha = ab$, $a \parallel b$, $a = AP$, $M \in b$, $A = [4; 3{,}5; 3]$, $P = [13; 5{,}5; 0]$, $M = [0; 6; 5{,}5]$,
   d) $\alpha = ab$, $a = AO$, $b = BO$, $A = [4; 0; 3]$, $B = [4; 2; 0]$, $O = [0; 0; 0]$.
3. Daná je rovina $\beta = (5; -10; 5)$ a priamka $a = AB$, $A = [0; 0; 1{,}5]$, $B = [2; 10; 9]$:
   a) zobrazte axonometrickú stopu roviny β,
   b) zobrazte axonometrický stopník priamky a,
   c) zostrojte priesečník priamky a s rovinou β.
4. Zobrazte priesečník priamky $q = AB$ s rovinou β a jej viditeľnosť vzhľadom na rovinu β:
   a) $A = [9; 4; 11]$, $B = [-2; 0; 0]$, $\beta = (11; 4; 7)$,
   b) $A = [5; 3; 6]$, $B = [5; 3; 8]$, $\beta = (9; \infty; 8)$,
   c) $A = [0; 4; 6{,}5]$, $B = [9; 4; 0]$, $\beta = (5; 7; -8)$.
5. Zobrazte priečku mimobežiek $a = KL$, $b = RQ$, ktorá:
   a) prechádza bodom O,
   $K = [6; 0{,}5; 8]$, $L = [2; 7; 9]$, $R = [-3{,}7; 7; 0]$, $Q = [3; 2; 8]$, $O = [0; 0; 0]$,
   b) je rovnobežná so smerom $\mathbf{s}$,
   $\mathbf{s} = (4; -2{,}5; 1{,}5)$, $K = [4; 2; 1]$, $L = [-4; 2; 10]$, $R = [8; 0; 7{,}5]$, $Q = [8; 4; 7{,}5]$.
6. Zobrazte stopy roviny σ, ktorá je rovnobežná s rovinou $\beta = (-6; 4; 6)$ a prechádza bodom $V = [4; 2; 5]$.
7. Zistite:
   a) vzdialenosť bodu O od axonometrickej priemetne,
   b) veľkosť uhla, ktorý zviera rovina v s axonometrickou priemetňou,
   c) veľkosť uhla, ktorý zviera os x s axonometrickou priemetňou.
8. Zobrazte štvorec $ABCD$ ležiaci v rovine π, ak je daná uhlopriečka AC, $A = [4; 12; 0]$, $C = [6; 4; 0]$.
9. Zobrazte rovnostranný trojuholník ABC ležiaci v rovine μ, ktorého ťažisko je bod T, $A = [0; 0; 5{,}5]$, $T = [0; 3{,}5; 4{,}5]$.
10. Zobrazte kružnicu k, ktorá:
    a) má priemer QR a leží v rovine π, $Q = [10{,}5; 2{,}5; 0]$, $R = [3; 5{,}5; 0]$,
    b) je opísaná trojuholníku ABC, $A = [0; 0; 4{,}5]$, $B = [6{,}5; 0; 4]$, $C = [2{,}5; 0; -2]$,
    c) je určená stredom S, dotýka sa priamky $t = PN$ a leží v rovine μ,
    $S = [0; 6; 5]$, $P = [0; 11; 0]$, $N = [0; 0; 3{,}5]$.

Zobrazenie telies

1. V Mongeovej projekcii zobrazte:
   a) kváder, ktorého podstava $ABCD$ leží v rovine α,
   $\alpha = (6; 6; 5)$, $A = [0; 3; ?]$, $B = [-4; 5; ?]$, $|BC| = 3$ cm, $v = 3$ cm, $z^C < z^B$,
   b) pravidelný šesťboký hranol s podstavou $ABCDE$ v rovine α a výškou $v = 6$ cm,
   $\alpha = (-5{,}5; 6{,}5; 7)$, $A = [-0{,}5; 4{,}5; ?]$, $B = [-1; ?; 3{,}5]$,
   c) kocku $ABCDEFGH$, ktorej stena so stredom S a vrcholom A leží v rovine α,
   $\alpha = (2; 2; -1)$, $S = [2{,}3; 6; ?]$, $A = [1{,}5; 3; ?]$,
   d) kocku $ABCDEFGH$, ktorej stena s uhlopriečkou AC leží v rovine α,
   $\alpha = (\infty; 6; 5)$, $A = [-2; 6; ?]$, $C = [3; ?; 5]$, $x^B < x^A$, $y^E < y^A$,
   e) pravidelný štvorsten, ktorého stena ABC leží v rovine β,
   $\beta = (-5; 4; 6)$, $A = [0{,}5; ?; 1{,}5]$, $B = [3; 1; ?]$,
   f) pravidelný šesťboký ihlan s podstavou v rovine α, hlavným vrcholom V a vrcholom podstavy A,
   $\alpha = (4{,}5; 4{,}5; -6)$, $V = [8{,}5; 10{,}5; 3]$, $A = [2; 3{,}5; ?]$,
   g) pravidelný štvorboký ihlan s osou $o = QS$ (S je stred podstavy) a vrcholom A podstavy,
   $Q = [-2{,}2; 8; 10]$, $S = [3; 4{,}5; 4]$, $A = [6{,}5; 6{,}5; ?]$, výška $v = 7$ cm,
   h) pravidelný osemsten $ABCDEF$, ak je daný jeho vrchol A a priamka $o = QN$, na ktorej leží jeho telesová uhlopriečka EF,
   $A = [4; 7; 8]$, $Q = [-4; 10; 8]$, $N = [4; 0; 2]$,
   i) rotačný valec s výškou $v = 7$ cm, ktorého podstavná kružnica $k(S, r)$ leží v rovine α a dotýka sa priamky $t = PN$,
   $S = [2; 3{,}2; ?]$, $\alpha = (-4{,}8; 5; 6)$, $P = [-1; ?; 0]$, $N = [-9{,}5; 0; ?]$,
   j) rotačný valec ak sú dané stredy S, S' jeho podstáv a polomer valca r,
   $S = [1{,}5; 4{,}5; 3{,}5]$, $S' = [-3; 8; 8]$, $r = 4$ cm
   k) rotačný kužeľ, ak je daný vrchol V, bod M jeho plášťa a rovina podstavy α,
   $V = [3; 8; 9]$, $M = [0; 4; 8{,}3]$, $\alpha = (7; 8{,}5; 7)$,

2. V kolmej axonometrii ($|XY| = 10$ cm, $|YZ| = 11$ cm, $|XZ| = 12$ cm) zobrazte:
   a) pravidelný štvorsten $ABCD$, ktorého stena ABC so stredom S leží v pôdorysni,
   $A = [8{,}5; 1; 0]$, $S = [9; 5{,}5; 0]$,
   b) pravidelný osemsten $ABCDEF$, ak je daný jeho vrchol A a priamka u, na ktorej leží jeho telesová uhlopriečka EF, priamka u je rovnobežná s osou x a prechádza bodom Q, $A = [0; 3; 0]$, $Q = [0; 4{,}5; 5{,}5]$,
   c) pravidelný štvorboký ihlan s výškou v a podstavou $ABCD$ v nárysni, $A = [1; 0; 7]$, $S = [0; 0; 3]$ je stred podstavy, $v = 7$ cm,
   d) pravidelný šesťboký hranol s výškou v a podstavou $ABCDEF$ v bokorysni, ktorý má otvor tvaru rotačného valca s polomerom r a osou v osi hranola,
   $A = [0; 3; 2{,}5]$, $B = [0; 8; 1{,}5]$, $v = 9$ cm, $r = 3$ cm,
   e) rotačný kužeľ s vrcholom V a podstavou v pôdorysni, ktorého dotyková rovina je $\tau = PMR$,
   $V = [5; 4; ?]$, $P = [5; 9; 0)]$, $M = [0; 6; 5{,}5)]$, $R = [0; 9; 0)]$,
   f) rotačný kužeľ s podstavou v nárysni, vrcholom V a bodom Q na jednej tvoriacej priamke, $V = [4{,}5; 12; 4{,}5]$, $Q = [4{,}5; 5; 6{,}5]$.

Guľová plocha

1. V Mongeovej projekcii zobrazte:
   a) guľovú plochu so stredom $S = [1{,}5; 4{,}5; 4{,}5]$, ktorá sa dotýka roviny $\tau = (2; 1; 2)$,
   b) guľovú plochu, ktorá sa dotýka roviny $\tau = (1{,}5; 3; 2{,}5)$ v bode $T = [-1{,}5; ?; 3]$ a obsahuje bod $A = [2; 7{,}5; 6]$,
   c) guľovú plochu so stredom S ležiacim na priamke $o = KM$, $K = [-2; 5; 5]$, $M = [2; 9; 11]$, ktorá obsahuje body $A = [-2; 3; 3]$, $B = [1{,}3; 3{,}5; 7{,}5]$,
   d) najmenšiu guľovú plochu, ktorá sa dotýka mimobežiek $a = AN$, $A = [-4; 4; 1]$, $N = [0; 0; 2]$, $b = BC$, $B = [4; 6; 4]$, $C = [-4; 8; 7]$,
   e) najmenšiu guľovú plochu, ktorá sa dotýka priamky $q = PN$, $P = [0; 7; 0]$, $N = [8{,}5; 0; 7]$, a ktorej stred leží na priamke $m = P'M$, $P' = [-2{,}5; 2{,}7; 0]$, $M = [0; 3{,}5; 5]$,
   f) guľovú plochu so stredom S ležiacim na priamke $a = PK$, $K = [3{,}7; 6; 9]$, $P = [0; 5; 0]$, ktorá sa dotýka priamky $t = NT$, $N = [2; 0; 11]$, $T = [-1{,}8; 3{,}5; 7{,}2]$ v bode T,
   g) guľovú plochu, ktorá sa dotýka roviny $\tau = (2; 3; 2{,}2)$ v bode $T = [-2; 2{,}7; ?]$ a priamky $t = PL$, $P = [0; 5; 0]$, $L = [5; 2{,}7; 3{,}5]$,
   h) guľovú plochu so stredom $S = [2; 5{,}5; 7]$, ktorá sa dotýka roviny $\tau = (\infty; 8; 5)$,
   i) hlavnú kružnicu guľovej plochy $G(S, r)$, $S = [0; 5{,}5; 4{,}5]$, $r = 4{,}5$ cm, ktorá obsahuje body $K = [3; 5{,}5; z^K > z^S]$, $L = [-3{,}5; y^L > y^S; 4{,}5]$,
   j) rez guľovej plochy $G(S, r)$, $S = [0; 6; 6]$, $r = 4{,}5$ cm rovinami $\rho = (5; \infty; 9)$ a $\rho' = (-3; 4; \infty)$,
   k) rez guľovej plochy $G(S, r)$, $S = [3{,}5; 5; 4]$, $r = 4$ cm rovinou $\rho = (6; 7; 10)$,
   l) rez guľovej plochy $G(S, r)$, $S = [0; 5; 5]$, $r = 4$ cm, stred rezovej kružnice je bod $O = [1; 4{,}5; 6]$,
   m) guľovú vrstvu vytvorenú prienikom guľovej plochy $G(S, r)$, $S = [3; 4{,}5; 3{,}5]$, $r = 3{,}5$ cm a vrstvy s hraničnými rovinami $\alpha = (7{,}5; 2; -6) \parallel \alpha'$ v rovnakej vzdialenosti od stredu S.

2. V kolmej axonometrii [$|XY| = 10$ cm, $|YZ| = 11$ cm, $|XZ| = 12$ cm] zobrazte:
   a) guľovú plochu so stredom $S = [2; 5{,}5; 10]$, ktorá sa dotýka roviny $\tau = (\infty; 8; 5)$ a zostrojte priemet dotyčnice rovnobežnej s bokorysňou a ležiacej v rovine τ,
   b) body priamky $a = PL$, $P = [6{,}5; -3{,}5; 0]$, $L = [4; 6{,}5; 9{,}5]$ vo vzdialenosti $d = 6$ cm od bodu $S = [3; 5; 5]$,
   c) rez guľovej plochy $G(S, r)$, $S = [3; 4{,}5; 3{,}5]$, $r = 6$ cm pôdorysňou, nárysňou a bokorysňou,
   d) rez guľovej plochy $G(S, r)$, $S = [0; 5; 6]$, $r = 5$ cm rovinou $\sigma = (5{,}5; 10{,}5; \infty)$,
   e) guľovú vrstvu, ktorá je prienikom guľovej plochy $G(S, r)$, $S = [3; 4; 5]$, $r = 7$ cm a vrstvy určenej hraničnými rovinami $\alpha \parallel \alpha'$ v rovnakej vzdialenosti od stredu S, $\alpha = (9; \infty; 13)$.

3. V Mongeovej projekcii zobrazte guľovú plochu so stredom $S = [0; 4{,}5; 4]$ a polomerom $r = 4$ cm a zostrojte:
   a) dotykovú rovinu a normálu plochy v bode $B = [-1{,}8; y^B < y^S; 6]$,
   b) priesečníky guľovej plochy s priamkou $a = PN$, $P = [0{,}5; 7; 0]$, $N = [4; 0; 9{,}5]$,
   c) rez guľovej plochy rovinou $\alpha = aB$.

4. V Mongeovej projekcii zobrazte guľovú plochu určenú stredom $S = [?; ?; 4{,}5]$ a kružnicou so stredom $O = [1; 4; ?]$ a polomerom $r = 3$ cm, ktorá je rezom plochy rovinou
   a) $\alpha = (6; 7; 10)$
   b) $\beta = (-6; 6; 5)$
   c) $\gamma = (-5; \infty; 5)$,
   d) $\delta = (4; ?; \infty)$, $y^S = 2$
   e) $\sigma = (\infty; 7; 5)$
   f) $\rho = (?; \infty; \infty)$, $x^S = 3$.

Hranolové plochy

1. V Mongeovej projekcii zobrazte:
   a) pravidelný šesťboký hranol s podstavou v pôdorysni so stredom $S = [0; 4; 0]$, vrcholom $A = [-3; 3; 0]$ a výškou $v = 8$ cm a zostrojte jeho rez rovinou $\alpha = (6; 12; 4)$,
   b) šikmú päťbokú hranolovú plochu s riadiacou čiarou v stranách pravidelného päťuholníka v nárysni, určeného stredom $S = [5; 0; 5]$ opísanej kružnice, ktorá sa dotýka osi x vo vrchole A a osou $o = SQ$, $Q = [-4; 6; 7]$ a jej rez rovinou $\mu = (0; \infty; \infty)$; zobrazte aj v izometrii,
   c) šikmú štvorbokú hranolovú plochu, ktorej rez rovinou $\alpha = (6; 10; 5)$ kolmou na hrany sú strany štvorca $ABCD$, $A = [-3; 7; ?]$, $C = [2; ?; 1]$ a riadiaca čiara leží v pôdorysni,
   d) kocku so stenou $ABCD$ v pôdorysni určenou hranou AB, $A = [-3; 2; 0]$, $B = [2; 4; 0]$, $y^D > 0$, a zostrojte rez rovinou prechádzajúcou stredom kocky kolmo na telesovú uhlopriečku v bode A,
   e) útvar súmerný podľa roviny $\sigma = (5; 8; 4)$ s pravidelným šesťuholníkom so stredom $S = [-3; 4; 0]$ a vrcholom $A = [-4; 1; 0]$, ktorý leží v pôdorysni,
   f) rez šikmého šesťbokého hranola rovinou $\alpha = (-7{,}5; 5{,}5; 12)$, podstava hranola je pravidelný šesťuholník so stredom $S = [5; 0; 5]$ a vrcholom $A = [4; 0; 2]$ v nárysni a stred druhej podstavy je $S' = [-4; 11; 12{,}5]$.

2. V kolmej axonometrii [$|XY| = 9$ cm, $|YZ| = 10$ cm, $|XZ| = 11$ cm] zobrazte:
   a) pravidelný šesťboký hranol s podstavou v pôdorysni so stredom $S = [0; 4; 0]$ a vrcholom $A = [-3; 3; 0]$ s výškou $v = 8$ cm a jeho rez rovinou $\alpha = (6; 12; 4)$,
   b) rez šikmého šesťbokého hranola rovinou $\alpha = (-10; 5{,}5; 6)$, podstava hranola je pravidelný šesťuholník v pôdorysni so stredom $S = [10; 4{,}5; 0]$ a vrcholom $A = [13{,}5; 3; 0]$, stred druhej podstavy je $S' = [7{,}5; 11; 12]$,
   c) kolmú štvorbokú hranolovú plochu, ktorej riadiaca lomená čiara je hranica štvorca so stredom $S = [3; 0; 5]$ a vrcholom $A = [4; 0; 1{,}5]$ v nárysni, zrezanú rovinou $\alpha = (\infty; 8; 10)$,
   d) šikmú trojbokú hranolovú plochu s hranou AQ, $Q = [2{,}5; 10; 8]$ a riadiacou čiarou ABC v nárysni, $|AB| = 8$ cm, $|BC| = 7$ cm, $A = [0; 0; 5]$, $C = [4; 0; 0]$ a zostrojte jej rez rovinou $\alpha = (\infty; 6{,}5; 10)$,
   e) rez pravidelného štvorbokého hranola, ktorého podstava je štvorec $ABCD$ v bokorysni s uhlopriečkou AS, $A = [0; 0; 3]$, $S = [0; 4; 4{,}5]$ a výška $v = 9$ cm, rovinou $\alpha = (4; 6; -7)$,
   f) šikmú hranolovú plochu, ktorej riadiacia čiara je hranica pravidelného šesťuholníka v bokorysni určeného stredom $S = [0; 5; 5{,}5]$ a vrcholom $A = [0; 4; 1]$, s osou $o = SS'$, $S' = [11; 4; 12{,}5]$ a zostrojte jej rez rovinou $\alpha = (4; 13; ?)$ kolmou na pôdorysňu,
   g) prienik priamky $q = KL$, $K = [2; 12; -2]$, $L = [6; 1; 9{,}5]$ a šikmého šesťbokého hranola, ktorého podstava je pravidelný šesťuholník v pôdorysni so stredom $S = [6; 5; 0]$ a vrcholom $A = [3; 7; 0]$, stred druhej podstavy je $S' = [1; 11; 11]$,
   h) prienik priamky $a = NL$, $N = [10; 0; 5{,}5]$, $L = [2; 7; 8]$ a pravidelného hranola s riadiacim štvorcom $ABCD$ v nárysni, $A = [1; 0; 6]$, $C = [8{,}5; 0; 4]$.

Ihlanové plochy

1. V Mongeovej projekcii zobrazte:
   a) prienik priamky $a = KL$, $K = [–5; –2{,}5; 0{,}5]$, $L = [5; 13{,}5; 4]$ a šikmej päťbokej ihlanovej plochy s vrcholom $V = [–5; 8; 8]$, ktorej riadiaca čiara je hranicou pravidelného päťuholníka so stredom $S = [5; 6; 0]$ a vrcholom $A = [3; 2; 0]$ a leží v pôdorysni,
   b) prienik priamky $a = KN$, $K = [6; 6{,}5; 1]$, $N = [–6; 0; 10{,}5]$, so šikmým šesťbokým ihlanom, ktorého podstavou je pravidelný šesťuholník $ABCDEF$ v nárysni, vrchol telesa je $V = [–6; 8; 8]$. $A = [–1; 0; 3]$, $B = [4; 0; 3]$, $C = [?; 0; ?]$, $x^C > x^B$, $z^C > z^B$
   c) prienik priamky $q = QR$, $Q = [–3; 6; 2{,}5]$, $R = [3; 1; 13]$ s pravidelnou štvorbokou ihlanovou plochou s vrcholom $V = [2; ?; ?]$ a riadiacou čiarou v rovine $\alpha = (5; 5; 4{,}5)$ tvorenou stranami štvorca so stredom $S = [–2; ?; 3{,}5]$ a vrcholom $A = [0; 4; ?]$,
   d) prienik priamky $m = QR$, $Q = [–4; 5{,}5; 6{,}5]$, $R = [4; 3{,}5; 2{,}5]$ s pravidelným štvorstenom $ABCD$ so stenou ABC umiestnenou v rovine $\alpha = (6; 7; 5{,}5)$ pred nárysňou, $A = [3; 1; ?]$, $B = [–2; 6{,}5; ?]$,
   e) prienik priamky $m = QL$, $Q = [5; 1; 4]$, $L = [–5; 8; 5{,}5]$ a pravidelného osemstena $ABCDEF$ určeného uhlopriečkou EF, $E = [3; 3; ?]$, $F = [–3{,}5; 4; ?]$, svojho rezu rovinou $\alpha = (6; 7; 6)$,
   f) rez pravidelného osemstena $ABCDUV$, $A = [4; 9; 7]$, $B = [2; 1; 9]$, $C = [–4; 1; 3]$, $U = [4{,}5; ?; ?]$, rovinou prechádzajúcou stredom telesa rovnobežne so stenou ABU,
   g) pravidelný štvorsten $KLMN$, ktorý rovina $\alpha = (7; 10; 7)$ reže v štvorci $ABCD$, pričom $A = [0; 2; ?]$, $B = [2; 6{,}5; ?]$,
   h) rez šikmej štvorbokej ihlanovej plochy, ktorej riadiacu lomenú čiaru v nárysni tvoria strany obdĺžnika $ABCD$ určeného uhlom uhlopriečok $135°$ a vrcholmi $A = [3; ?; 1]$, $C = [–4; ?; 8]$, $z^C > z^B > z^D$ a vrchol je $V = [3; 7; 10]$, rovinou $\alpha = (\infty; 5; 10)$.
2. V kolmej axonometrii [$|XY| = 10$ cm, $|XZ| = 11$ cm, $|YZ| = 12$ cm] zobrazte:
   a) prienik priamky $q = KP$, $K = [4{,}5; 6; 5]$, $P = [–4{,}5; 5{,}5; 0]$ a pravidelného šesťbokého ihlana s podstavou so stredom $S = [0;5;0]$ a vrcholom $A = [–1;1;0]$ v pôdorysni a výškou $v = 8$ cm,
   b) prienik priamky $q = KN$, $K = [10; 5; 9{,}5]$, $N = [1;0; –9{,}5]$ s pravidelným päťbokým ihlanom s výškou $v = 9$ cm a podstavou so stredom $S = [6; 0; 5]$ a vrcholom $A = [1;0;1]$ v nárysni,
   c) prienik priamky $q = KM$, $K = [7; 6; 3]$, $M = [5{,}5; 0; 14]$ s pravidelným štvorbokým ihlanom s výškou $v = 10$ cm, ktorého podstava so stredom $S = [0; 5; 6]$ a vrcholom $A = [0; 10; 8]$ leží v bokorysni,
   d) rez pravidelného päťbokého ihlana s vrcholom $V = [0; 4{,}5; 8]$ a podstavou v pôdorysni so stredom $S = [?; ?; 0]$ a vrcholom $A = [1; 1; 0]$ rovinou $\alpha = (10; \infty; 3)$,
   e) rez pravidelného štvorbokého ihlana s podstavou v nárysni so stredom $S = [4; 0; 4{,}5]$, vrcholom $A = [0; 0; 7]$ a výškou $v = 11$ cm rovinou $\alpha = (14; 9{,}5; 17)$,
   f) rez pravidelného šesťbokého ihlana s podstavou v bokorysni so stredom $S = [0; 2; 4]$, stranou AB na súradnicovej osi y a výškou $v = 11$ cm rovinou $\alpha = (5; 7; \infty)$,
   g) rez pravidelného štvorstena $ABCD$ so stenou ABC v pôdorysni, $A = [4; 10; 0]$, $B = [2; 1; 0]$, $x^C > x^A$, $z^D > 0$, rovinou $\alpha = (\infty; 13; 5)$.
3. Pravidelný šesťboký ihlan s vrcholom $V = [8; 4; 5]$ a podstavou v rovine $\alpha = (–2; \infty; \infty)$ s vrcholom $A = [?; 8; 0]$ režte všetkými súradnicovými rovinami. Zobrazte v izometrii.

Valcové plochy

1. V Mongeovej projekcii zobrazte rotačnú valcovú plochu s polomerom $r = 3$ cm a osou $o = MN$, $M = [0; 6; 0]$, $N = [0; 0; 4]$ a režte ju oboma priemetňami.
2. Rotačnú valcovú plochu s riadiacou kružnicou v nárysni určenou stredom $S = [3; 0; 5]$ a polomerom $r = 3{,}5$ cm zobrazte v Mongeovej projekcii aj v izometrii a režte rovinami:
   a) $\alpha = (8; 4; \infty)$, b) $\beta = (-3; \infty; 3)$, c) $\gamma = (2; \infty; \infty)$, d) $\delta = (6; 7; -9)$.
3. V Mongeovej projekcii je daná elipsa ležiaca v pôdorysni so stredom $S = [-2; 5; 0]$, vrcholom $A = [1; 1{,}5; 0]$ a vedľajšou polosou $b = 3$ cm, ktorá je rezom rotačnej valcovej plochy pôdorysňou. Nájdite rez plochy nárysňou.
4. Šikmý kruhový valec s podstavou v nárysni so stredom $S = [5; 0; 4]$ a polomerom r = 3 cm, osou $o = SS'$ a stredom druhej podstavy $S' = [-5; 9; 3]$ režte v Mongeovej projekcii rovinou $\alpha = (-3; 2{,}5; ?)$, ktorá prechádza bodom $R = [0; ?; ?]$ na osi telesa.
5. Body $A = [-1; 3; 3]$, $B = [2{,}5; 6; 5]$, $C = [2; 2{,}7; 1]$ ležia na šikmej kružnicovej valcovej ploche s riadiacou kružnicou v pôdorysni a smerom osi $s = MN$, $M = [0; 1{,}8; 0]$, $N = [4{,}5; 0; 5{,}5]$. Plochu a jej rez rovinou $\beta = ABC$ zobrazte v Mongeovej projekcii.
6. V Mongeovej projekcii zobrazte priesečníky priamky r so šikmou kružnicovou valcovou plochou s osou $o = SQ$ a riadiacou kružnicou $k(S, r = 3$ cm), pričom:
   a) $r = KL$, $K = [-2; 4; 1]$, $L = [3; 9{,}5; 8]$, $S = [3; 3; 0]$, $Q = [-4; 6; 6]$, k leží v pôdorysni,
   b) $r = RT$, $R = [-2; 6; 1]$, $T = [2; 0{,}5; 7]$, $S = [-2{,}5; 0; 3]$, $Q = [4; 6; 5]$, k leží v nárysni.
7. V kolmej axonometrii [$|XY| = 10$ cm, $|XZ| = 11$ cm, $|YZ| = 12$ cm] zobrazte:
   a) rotačnú valcovú plochu s riadiacou kružnicou v pôdorysni so stredom $S = [5; 7; 0]$ a polomerom $r = 4$ cm a jej rez rovinou $\alpha = (8; -10; 7)$
   b) rez šikmého kruhového valca rovinou $\alpha = (-10; 7; 6)$, podstava valca v pôdorysni má stred $S = [10; 4{,}5; 0]$ a polomer $r = 4$ cm, stred druhej podstavy je $S' = [13; 13; 12]$,
   c) rez rotačnej valcovej plochy rovinou $\alpha = (7; 5; -9)$, ak riadiaca kružnica plochy v nárysni má stred $S = [3; 0; 5]$ a polomer $r = 3{,}5$ cm,
   d) rez šikmej kružnicovej valcovej plochy s riadiacou kružnicou so stredom $S = [5; 0; 10]$ a polomerom $r = 4$ cm v nárysni a osou $o = SQ$, $Q = [10; 10; 10]$, rovinou $\alpha = (10; 9; -8)$,
   e) rotačnú valcovú plochu s riadiacou kružnicou v bokorysni so stredom $S = [0; 5; 6]$ a polomerom $r = 3{,}5$ cm a jej rez rovinou $\alpha = (10; 11; \infty)$,
   f) šikmý kruhový valec s podstavou v bokorysni so stredom $S = [0; 7; 3{,}5]$ a polomerom $r = 3$ cm a stredom druhej podstavy $S' = [6; 3; 6]$ a jeho rez rovinou $\alpha = (7; \infty; 8)$,
   g) rez šikmej kružnicovej valcovej plochy s riadiacou kružnicou v bokorysni s polomerom $r = 4$ cm a stredom S, s osou SS', rovinou α
   $S = [0; 10; 4{,}5]$, $S' = [13; 6; 7]$, $\alpha = (8{,}5; -12; 8{,}5)$,
   i) priesečníky priamky m so šikmou kružnicovou valcovou plochou, ktorej riadiaca kružnica v pôdorysni má stred $S = [6; 5; 0]$ a polomer $r = 3$ cm a os plochy je SQ, $Q = [1; 11; 11]$, $m = KL$, $K = [6; 12; 2]$, $L = [6; 1; 9{,}5]$,
   j) priesečníky priamky $a = AB$, $A = [1{,}5; 0; 6{,}5]$, $B = [6; 8; 5]$, so šikmou kružnicovou valcovou plochou s riadiacou kružnicou v nárysni so stredom $S = [5; 0; 4]$ a polomerom $r = 3{,}5$ cm, os plochy je $o = SQ$, $Q = [2; 8; 9]$,
   k) priesečníky priamky $m = KL$, $K = [0; 2; 9]$, $L = [11; 5; 0]$, so šikmou kružnicovou valcovou plochou s osou $o = SQ$, $Q = [5; 0; 4]$, ktorej riadiaca kružnica v bokorysni s polomerom $r = 3{,}5$ cm má stred $S = [0; 6; 7]$.

Kužeľové plochy

1. V Mongeovej projekcii zobrazte:
   a) rez časti rotačnej kužeľovej plochy s výškou $v = 7$ cm nad pôdorysňou, v ktorej leží riadiaca kružnica so stredom $S = [0;0;5]$ a polomerom $r = 4{,}5$ cm rovinou $\alpha = (-6;4;\infty)$,
   b) rez rotačnej kužeľovej plochy s riadiacou kružnicou s polomerom $r = 4$ cm v pôdorysni a vrcholom $V = [0; 4; 6]$, ak rovina rezu je $\alpha = (-10; 11; 4{,}5)$,
   c) parabolický rez rotačnej kužeľovej plochy, ktorej riadiaca kružnica s polomerom $r = 5$ cm leží v nárysni, vrchol plochy je bod $V = [0; 7; 6]$ a rovina rezu je $\alpha = (-2; ?;\infty)$,
   d) parabolický rez rotačnej kužeľovej plochy s vrcholom $V = [0; 5; 8]$ a riadiacou kružnicou s polomerom $r = 4$ cm v pôdorysni, rovinou $\alpha = (-4{,}5; 4; ?)$,
   e) rez časti rotačnej kužeľovej plochy ohraničenej riadiacou kružnicou v pôdorysni so stredom $S = [0; 5; 0]$ a polomerom $r = 4$ cm a kružnicou $k'(S', r)$ v rovine rovnobežnej s pôdorysňou vo výške $v = 12$ cm, ak rezová rovina $\alpha = (2; 2{,}5; \infty)$,
   f) hyperbolický rez rotačnej kužeľovej plochy s riadiacou kružnicou v pôdorysni s polomerom $r = 3{,}5$ cm a vrcholom $V = [-5; 4{,}5; 5]$ rovinou $\alpha = (-4; -3{,}5; 10)$,
   g) rotačnú kužeľovú plochu, ktorá sa dotýka priamky $t = PQ$, $P = [3; 3; 0]$, $Q = [-7; 5; 11]$, vrchol má v bode $V = [0; 5; 6]$ a jej riadiaca kružnica leží v pôdorysni; plochu režte v parabole, ktorá sa dotýka priamky t,
   h) prienik priamky $a = PR$, $P = [-7;-8;0]$, $R = [1;6;3{,}5]$ a šikmej kužeľovej plochy s vrcholom $V = [-4; 4; 10]$ a riadiacou kružnicou $k(S, r)$ v pôdorysni, $S = [4; 6; 0]$, $r = 5$ cm,
   i) prienik priamky $q = NL$, $N = [5; 0; 3]$, $L = [-7; 8{,}5; 5]$ so šikmou kužeľovou plochou s vrcholom $V = [-4; 11; 0]$ a riadiacou kružnicou $k(S, r)$ v nárysni, $S = [0; 0; 6]$, $r = 4$ cm.
2. V kolmej axonometrii ($|XY| = 10$ cm, $|XZ| = 11$ cm, $|YZ| = 12$ cm) zobrazte:
   a) rez rotačnej kužeľovej plochy s riadiacou kružnicou $k(S, r)$, $S = [5; 0; 4]$, $r = 4{,}5$ cm v nárysni a vrcholom $V = [?; 10; ?]$ rovinou $\alpha = (\infty; 7{,}5; 11)$,
   b) parabolický rez rotačnej kužeľovej plochy s riadiacou kružnicou so stredom $S = [0; 6; 5]$ a polomerom ,$r = 4{,}5$ cm, v bokorysni a vrcholom $V = [11; ?; ?]$, rovinou $\alpha = (?; \infty; 6)$,
   c) rez časti rotačnej kužeľovej plochy s výškou 10 cm nad riadiacou kružnicou $k(S, r)$ v pôdorysni, $S = [5; 5; 0]$, $r = 4$ cm, rovinou prechádzajúcou bodom $P = [3; 0; 0]$ rovnobežne s bokorysňou,
   d) priesečníky priamky $a=PQ$, $P=[-2;-2;0]$, $Q=[5;13;13{,}5]$, so šikmou kužeľovou plochou s riadiacou kružnicou $k(S, r)$ v pôdorysni, $S = [4; 6; 0]$, $r= 5$ cm a vrcholom $V = [-2; 2;10]$,
   e) priesečníky priamky $a = NQ$, $N = [1; 0; -2]$, $Q = [7; 12; 9]$, s rotačnou kužeľovou plochou s riadiacou kružnicou $k(S, r)$ v nárysni, $S = [5; 0; 5]$, $r = 5$ cm, výška $v = 7$ cm,
   f) prienik priamky $a = MN$, $M = [0; 4; -3{,}5]$, $N = [4{,}5; 0; 8]$ a šikmej kužeľovej plochy
   g) s vrcholom $V = [3{,}5;1;1]$ a riadiacou kružnicou $k(S, r)$ v bokorysni, $r = 4$ cm, $S = [0;4;8]$.
3. V izometrii režte rotačnú kužeľovú plochu určenú:
   a) vrcholom $V = [4; 4;10]$ a riadiacou kružnicou s polomerom $r = 4$ cm v π rovinou $\alpha = (\infty; 9;8)$,
   b) vrcholom $V = [5; 5{,}5; 4]$ a riadiacou kružnicou s polomerom $r = 5$ cm v ν rovinou $\alpha = (-2; ?; 1)$ v parabole
   c) vrcholom $V = [5; 5{,}5; 4]$ a riadiacou kružnicou v μ, ktorá sa dotýka súradnicovej osi y, rovinou $\alpha = (\infty; \infty; 6)$.

Prieniky jednoduchých plôch

1. V izometrii zobrazte prienik kolmej štvorbokej hranolovej plochy s riadiacim štvorcom $ABCD$ v pôdorysni a kolmej hranolovej plochy s riadiacim trojuholníkom KLN v bokorysni.
   $C = [9{,}5;\ 1{,}5;\ 0]$, $D = [5{,}5;\ 3;\ 0]$, $y^A < x^D$, $K = [0;\ 4{,}5;\ 4]$, $L = [0;\ 2{,}5;\ 11]$, $N = [0;\ 9;\ 13]$
2. V izometrii zobrazte prienik kolmej štvorbokej hranolovej plochy s riadiacim štvorcom $ABCD$ v nárysni a ihlanovej plochy $KLMV$. $C = [0;\ 1{,}5;\ 9{,}5]$, $D = [0;\ 3;\ 5{,}5]$, $y^D < y^A$, $K = [0;\ 3;\ 0]$, $L = [6{,}5;\ 0{,}5;\ 0]$, $M = [10{,}5;\ 10{,}5;\ 0]$, $V = [10{,}5;\ 6;\ 16]$
3. V izometrii zobrazte prienik kolmej hranolovej plochy s riadiacim trojuholníkom KLM v nárysni a pravidelnej štvorbokej ihlanovej plochy $ABCDV$ s riadiacim štvorcom $ABCD$ v bokorysni. $A = [0;\ 3;\ 4]$, $C = [0;\ 11;\ 7]$ (AC je uhlopriečka), $V = [12;\ ?;\ ?]$, $K = [4{,}5;\ 0;\ 0{,}5]$, $L = [9;\ 0;\ 9{,}5]$, $M = [2{,}5;\ 0;\ 7{,}5]$
4. V izometrii zobrazte prienik dvoch rotačných valcových plôch s riadiacimi kružnicami ${}^1k({}^1S, {}^1r)$ v pôdorysni a ${}^2k({}^2S, {}^2r)$ v nárysni.
   ${}^1S = [6;\ 11;\ 0]$, ${}^1r = 3{,}5$ cm, ${}^2S = [5;\ 0;\ 9]$, ${}^2r = 4{,}3$ cm
5. V izometrii zobrazte prienik dvoch rotačných kužeľových plôch s riadiacimi kružnicami ${}^1k({}^1S, {}^1r)$ v pôdorysni, ${}^2k({}^2S, {}^2r)$ v nárysni a s vrcholmi ${}^1V$, ${}^2V$.
   ${}^1S = [5;\ 4;\ 0]$, ${}^1r = 3{,}8$ cm, ${}^1V = [?;\ ?;\ 12]$, ${}^2S = [4{,}5;\ 0;\ 4]$, ${}^2r = 3{,}5$ cm, ${}^2V = [?;\ 11;\ ?]$
6. V izometrii zobrazte prienik rotačnej valcovej plochy s riadiacou kružnicou ${}^1k({}^1S, {}^1r)$ v bokorysni a rotačnej kužeľovej plochy s riadiacou kružnicou ${}^2k({}^2S, {}^2r)$ v pôdorysni a vrcholom V.
   ${}^1S = [0;\ 5;\ 4{,}5]$, ${}^1r = 4{,}5$ cm, ${}^2S = [8{,}5;\ 6;\ 0]$, ${}^2r = 5{,}5$ cm, $V = [?;\ 12;\ ?]$
7. V izometrii zobrazte prienik dvoch rotačných kužeľových plôch s riadiacimi kružnicami ${}^1k({}^1S, {}^1r)$ v pôdorysni a ${}^2k({}^2S, {}^2r)$ v nárysni s vrcholmi ${}^1V$ a ${}^2V$.
   ${}^1S = [5;\ 7;\ 0]$, ${}^1r = 4{,}5$ cm, ${}^1V = [?;\ ?;\ 12]$, ${}^2S = [5;\ 0;\ 5]$, ${}^2r = 4$ cm, ${}^2V = [?;\ 14;\ ?]$
8. V izometrii zobrazte prienik rotačnej valcovej plochy s riadiacou kružnicou $k(S, r)$ v nárysni a kolmej trojbokej hranolovej plochy s riadiacim trojuholníkom ABC v pôdorysni.
   $S = [7;\ 0;\ 9]$, $r = 3$ cm, $A = [3;\ 0;\ 0]$, $B = [7;\ 9;\ 0]$, $C = [3;\ 10;\ 0]$
9. V izometrii zobrazte prienik rotačnej kužeľovej plochy s riadiacou kružnicou $k(S, r)$ v bokorysni a výškou v a kolmej štvorbokej hranolovej plochy s riadiacim rovnobežníkom $ABCD$ v pôdorysni.
   $S = [0;\ 9;\ 7{,}5]$, $r = 5$ cm, $v = 15$ cm, $A = [2;\ 12{,}5;\ 0]$, $B = [3{,}5;\ 6;\ 0]$, $C = [10;\ 6;\ 0]$, $y^C < y^D$
10. V Mongeovej projekcii zobrazte prienik šikmej hranolovej plochy s riadiacim trojuholníkom EFG v nárysni, smerom tvoriacich priamok EE' a pravidelnej štvorbokej ihlanovej plochy $ABCDV$ s riadiacim štvorcom $ABCD$ v pôdorysni.
    $A = [4{,}5;\ 6;\ 0]$, $C = [-2{,}5;\ 2{,}5;\ 0]$ (AC je uhlopriečka), $V = [?;\ ?;\ 7{,}5]$, $E = [-3{,}5;\ 0;\ 5]$, $F = [-1{,}5;\ 0;\ 3]$, $G = [-6{,}5;\ 0;\ 1]$, $E' = [4{,}5;\ 8{,}2;\ 5]$
11. V Mongeovej projekcii zobrazte prienik rotačnej valcovej plochy a šikmej valcovej plochy so smerom tvoriacich priamok ${}^2S{}^2S'$, ktorých riadiace kružnice ${}^1k({}^1S, {}^1r)$ a ${}^2k({}^2S, {}^2r)$ ležia v pôdorysni.
    ${}^1S = [4;\ 4;\ 9]$, ${}^1r = 3$ cm, ${}^2S = [-3;\ 8;\ 0]$, ${}^2r = 3{,}5$ cm, ${}^2S' = [5;\ 0;\ 6{,}5]$
12. V Mongeovej projekcii zobrazte prienik rotačnej kužeľovej plochy s riadiacou kružnicou $k(S, r)$ v pôdorysni a kolmej trojbokej hranolovej plochy s riadiacim trojuholníkom ABC v nárysni.
    $S = [0;\ 6;\ 0]$, $r = 5$ cm, $v = 9{,}5$ cm, $A = [5;\ 0;\ 8]$, $B = [3;\ 0;\ 2]$, $C = [1{,}5;\ 0;\ 4]$

Rozvinuteľné priamkové plochy

1. Nasledujúce plochy zobrazte v Mongeovej projekcii, v kolmej axonometrii ($|XY| = 10$ cm, $|YZ| = 11$ cm, $|XZ| = 12$ cm) a zostrojte ich plášť.

   Rozvinuteľná priamková plocha je daná:

   a) kružnicou ${}^1k({}^1S, {}^1r)$, ${}^1S = [0; 4; ?]$, ${}^1r = 3$ cm v rovine $\beta = (-3{,}5; \infty; 3{,}5)$ a kružnicou ${}^2k({}^2S, {}^2r)$, ${}^2S = [3{,}5; ?; ?]$, ${}^2r = 3$ cm v pôdorysni, priamka ${}^1S\,{}^2S$ je rovnobežná s nárysňou,

   b) kružnicou ${}^1k({}^1S, {}^1r)$, ${}^1S = [0; 3{,}5; 0]$, ${}^1r = 2$ cm v pôdorysni a kružnicou ${}^2k({}^2S, {}^2r)$, ${}^2S = [3; 0; 4{,}5]$, ${}^2r = 2{,}5$ cm v nárysni,

   c) kružnicou ${}^1k({}^1S, {}^1r)$, ${}^1S = [3{,}5; 3{,}5; 0]$, ${}^1r = 2{,}5$ cm v pôdorysni a kružnicou ${}^2k({}^2S, {}^2r)$, ${}^2S = [-3; ?; 4]$, ${}^2r = 3$ cm, v rovine $\beta = (-7; 7; \infty;)$,

   d) kružnicou ${}^1k({}^1S, {}^1r)$, ${}^1S = [0; 4; 0]$, $r = 2$ cm v pôdorysni a elipsou so stredom ${}^2S = [4; 4; ?]$ v rovine $\beta = (10; \infty; 6{,}5)$, ktorej pôdorys je kružnica s polomerom $r = 3{,}5$ cm,

   e) kružnicou $k(S, r)$, $S = [0; 4{,}5; 0]$, $r = 3$ cm v pôdorysni a čiarou tvaru oválu v rovine rovnobežnej s pôdorysňou, ktorý je vytvorený oblúkmi kružníc ${}^1k({}^1S, {}^1r)$, ${}^2k({}^2S, {}^1r)$ a ich spoločnými dotyčnicami, ${}^1S = [-3{,}5; 4{,}5; 6]$, ${}^2S = [3{,}5; 4{,}5; 6]$,

   f) kružnicami ${}^1k({}^1S, {}^1r)$, ${}^2k({}^2S, {}^2r)$ v pôdorysni, ${}^1S = [-4;5;0]$, ${}^2S = [4;5;0]$, ${}^1r = {}^2r = 1{,}5$ cm a kružnicou ${}^3k({}^3S, {}^3r)$, ${}^3S = [0; 5; 5]$, ${}^3r = 3$ cm v rovine rovnobežnej s pôdorysňou,

   g) štvorcom $ABCD$ v rovine rovnobežnej s pôdorysňou, $A = [2;8;6]$, $B = [-2;8;6]$, $y^C < y^B$ a kružnicou $k(S, r)$, $S = [0; 6; 0]$, $r = 4$ cm v pôdorysni,

   h) kružnicou $k(S, r)$, $S = [0; 0; 5]$, $r = 4$ cm v nárysni a štvorcom $ABCD$ v pôdorysni, $A = [-1{,}5; 6; 0]$, $B = [-5; 6; 0]$, $y^C < y^B$,

   i) obdĺžnikom $ABCD$ v pôdorysni, $A = [5{,}5; 4; 0]$, $D = [5{,}5; 2; 0]$, $C = [1{,}5; 2; 0]$ a kružnicou $k(S, r)$, $S = [0; 3{,}2; 4{,}5]$, $r = 3$ cm v rovine rovnobežnej s pôdorysňou,

   j) kružnicou $k(S, r)$, $S = [0; 6; 0]$, $r = 3$ cm v pôdorysni a obdĺžnikom $ABCD$ v rovine, ktorá je kolmá na nárysňu a s pôdorysňou zviera uhol 45°, $A = [-1; 10; 5{,}8]$, $B = [-1; 2; 5{,}8]$, $C = [-4; 2; ?]$,

   k) kružnicou $k(S, r)$, $S = [5; 0; 4{,}5]$, $r = 2{,}5$ cm v nárysni a obdĺžnikom $ABCD$, $A = [4; 3{,}7; 8{,}5]$, $C = [0; 1; 0{,}8]$, $D = [0; 1; 8{,}5]$,

   l) kružnicou $k(S, r)$, $S = [0; 0; 4{,}5]$, $r = 4$ cm v nárysni a trojuholníkom ABC, $A = [-2; 7; 7]$, $B = [2; 7; 7]$, $C = [0; 7; 3]$,

   m) kružnicou $k(S, r)$, $S = [-2; 4; 0]$, $r = 3{,}5$ cm v pôdorysni a trojuholníkom ABC, $A = [1{,}5; 2; 3]$, $B = [-7; 4; 7{,}5]$, $C = [-2; 5{,}5; 3]$,

   n) kružnicou $k(S, r)$, $S = [0; 3{,}5; 0]$, $r = 2{,}5$ cm v pôdorysni a rovnobežníkom $ABCD$, $A = [-3{,}5; 4{,}5; 3{,}5]$, $B = [-5{,}5; 5{,}5; 2]$, $C = [-5{,}5; 2; 2]$, $y^D < y^C$,

   o) kružnicou $k(S, r)$, $S = [5; 4; 0]$, $r = 2{,}5$ cm v pôdorysni a obdĺžnikom $ABCD$ v rovine $\beta = (-5; 5; \infty)$, $A = [2; ?; 2]$, $B = [-1; ?; 2]$, $C = [-1; ?; 6]$,

   p) kružnicou $k(S, r)$, $S = [0; 4{,}5; 4]$, $r = 2$ cm v rovine rovnobežnej s pôdorysňou a obdĺžnikom $ABCD$ v pôdorysni, $A = [-3; 4{,}5; 0]$, $B = [-8{,}5; 4{,}5; 0]$, $C = [-8{,}5; 1; 0]$,

   q) kružnicou $k(S, r)$, $S = [4{,}5; 5; 0]$, $r = 2{,}5$ cm v pôdorysni a obdĺžnikom $ABCD$ v nárysni, $A = [3; 0; 5]$, $B = [3; 0; 2]$, $C = [-2; 0; 2]$,

   r) štvorcom $ABCD$ v pôdorysni, $A = [-3{,}5; 6{,}5; 0]$, $B = [-6{,}5; 6{,}5; 0]$, $C = [-6{,}5; 3{,}5; 0]$ a trojuholníkom KLM, $K = [4; 1{,}5; 5]$, $L = [-2{,}5; 1{,}5; 5]$, $M = [1; 8{,}5; 5]$.

Rotačné plochy

1. V Mongeovej projekcii zobrazte rotačný anuloid s osou kolmou na pôdorysňu, stredom $S = [0; 8; 3]$ a polomerom hrdlovej kružnice $r = 1{,}5$ cm, ktorý sa dotýka pôdorysne, a v jeho bodoch $H = [1{,}5; ?; 5]$, $y^H > y^S$, $E = [6; 5; ?]$, $z^E < z^S$, zostrojte dotykové roviny a normály a nájdite ich prienik s anuloidom.
2. Nájdite združené priemety priesečníkov priamky $a = PN$, $P = [2{,}5; 14; 0]$, $N = [-3{,}5; 0; 3{,}5]$, a rotačného anuloidu s osou kolmou na pôdorysňu, ktorého riadiaca kružnica s polomerom $r = 1{,}5$ cm a stredom $S = [4; 6; 2{,}5]$ leží v rovine rovnobežnej s nárysňou, v jednom z nich zostrojte dotykovú rovinu a normálu anuloidu.
3. V Mongeovej projekcii zobrazte rotačný anuloid s osou kolmou na pôdorysňu
   a) stredom $S = [0; 7; 5]$, ktorý sa dotýka nárysne, hrdlová kružnica má polomer $r = 1{,}5$ cm, a jeho rez rovinou určenou spádovou priamkou $s = PR$, $P = [1{,}3; 8; 0]$, $R = [0; 7; 1{,}6]$,
   b) ktorý sa dotýka oboch priemetní a má stred $O = [0; 5{,}5; 2]$; zostrojte rez anuloidu dotykovou rovinou v jeho hyperbolickom bode $B = [-1; ?; 3]$, $y^B < y^O$,
   c) prechádzajúcou bodom $Q = [0; 7; 7]$ a jeho rez rovinou $\alpha = ABC$, body $A = [1; 5; 5]$, $B = [-5; 2; 3{,}5]$, $C = [-3; 1{,}5; 5]$ ležia na anuloide; v bode C zostrojte dotyčnicu rezu,
   d) ktorý sa dotýka roviny $\tau = (-10{,}6; \infty; 12{,}8)$ v bode $T = [-4{,}7; ?; ?]$ a má stred $O = [0; 5; 3]$; zostrojte rez anuloidu rovinou $\alpha = (5{,}5; 9; 5)$.
4. Rotačný elipsoid predĺžený s osou kolmou na pôdorysňu, stredom $S = [-1; 4; 5]$, polosami hlavného meridiánu $a = 4$ cm a $b = 3$ cm režte rovinou $\alpha = PQS$, $P = [5{,}5; 1; 0]$, $Q = [0; 8; 0]$.
5. Zostrojte združené priemety priesečníkov priamky $q = QN$, $Q = [-4; 8{,}5; 2{,}5]$, $N = [3; 0; 6]$ s rotačným elipsoidom sploštěným určeným stredom $S = [0; 4{,}5; 3{,}5]$, osou kolmou na pôdorysňu, polomerom rovníka $a = 4{,}5$ cm a jedným bodom $M = [2{,}1; 6{,}8; 5{,}5]$. V jednom priesečníku zobrazte dotykovú rovinu a normálu elipsoidu.
6. Nájdite združené priemety rotačného paraboloidu s osou kolmou na pôdorysňu a vrcholom $V = [0; 6; 8]$, ktorý sa dotýka roviny $\alpha = LMN$, $L = [7; 3{,}5; 1]$, $M = [0; 5; 9]$, $N = [5; 1; 1]$.
7. Zobrazte združené priemety rezu rotačného paraboloidu s osou kolmou na pôdorysňu,
   a) ktorého meridiánová parabola s vrcholom $V = [0; 5; 7]$ prechádza bodom $M = [4{,}5; 5; 0]$, rovinou $\rho = (-12; 12{,}5; 8)$,
   b) a vrcholom $V = [0; 6; 7]$ rovinou $\alpha = (\infty; 11{,}5; 8)$, $Q = [-1; 3; 4]$ je bod plochy.
8. V Mongeovej projekcii zobrazte priesečníky priamky
   a) $a = KN$, $K = [-1; 7; 3]$, $N = [3{,}7; 0; 2{,}5]$ s rotačným paraboloidom určeným osou o kolmou na pôdorysňu, $o_1 = [0; 7; 0]$, a dotyčnicou meridiánu $t = TR$ v bode $T = [3{,}5; 4; 4]$, $R = [?; ?; 12]$,
   b) $q = KL$, $K = [1; 6; 3]$, $L = [-2; 3; 1{,}1]$ a rotačného jednodielneho hyperboloidu so stredom $S = [0; 5{,}5; 6]$, osou kolmou na pôdorysňu a polosami meridiánu $a = 1{,}6$ cm, $b = 2$ cm,
   c) $r = PL$, $P = [7; 2; 0]$, $L = [-5; 11; 4]$ s rotačným dvojdielnym hyperboloidom, ktorý je určený osou kolmou na pôdorysňu, stredom $S = [0; 6; 6]$ a polosami hlavného meridiánu $a = 2$ cm, $b = 1{,}5$ cm. V jednom z priesečníkov určte dotykovú rovinu a normálu plochy.
9. Zostrojte združené priemety rezu rotačného dvojdielneho hyperboloidu, určeného osou kolmou na pôdorysňu, stredom $S = [0; 5{,}5; 6]$ a polomerom $r = 5$ cm rovnobežkovej kružnice ležiacej v pôdorysni a bodom $Q = [0; 5{,}5; 9]$, rovinou $\alpha = (-6{,}5; 8; 13)$.
10. V Mongeovej projekcii zobrazte parabolický rez jednodielneho rotačného hyperboloidu, ktorého os je kolmá na pôdorysňu, stred je $S = [1{,}5; 5; 4]$ a hlavný meridián je rovnoosá hyperbola o polosách $a = b = 2$ cm, rovinou $\alpha = (-1{,}5; 2; ?)$.

Prieniky rotačných plôch

1. V Mongeovej projekcii zobrazte združené priemety prieniku:
   a) guľových plôch ${}^1G({}^1S, {}^1r)$, ${}^1S$=[–5; 5; 5], ${}^1r$ = 4,5cm, ${}^2G({}^2S, {}^2r)$, ${}^2S$=[1; 7; 8], ${}^2r$ = 6,5 cm,
   b) rotačnej valcovej plochy s riadiacou kružnicou $k({}^1S, {}^1r)$, ${}^1S$ = [?; ?; 0], ${}^1r$ = 2,5 cm v pôdorysni a guľovej plochy $G({}^2S, {}^2r)$, ${}^2S$ = [0; 6; 6], ${}^2r$ = 5 cm, ktoré sa dotýkajú v bode T = [2; ?; 6], $y^T > y^{2S}$, na rovníku guľovej plochy,
   c) rotačnej kužeľovej plochy s vrcholom V = [?; ?; 12] a riadiacou kružnicou $k(S, r)$ v pôdorysni, S = [0; 6; 0], r = 5 cm, a guľovej plochy so stredom Q = [–1; $y^Q = y^S$; 5], ktorá sa dotýka kužeľovej plochy v bode jej tvoriacej priamky VM, M = [5; $y^M = y^S$; 0],
   d) guľovej plochy $G(S, r)$, S = [4; 5; 5], r = 4 cm a časti rotačného paraboloidu s vrcholom V = [0; 5; 5], osou kolmou na pôdorysňu a hraničnou rovnobežkovou kružnicou so stredom S' = [0; 5; 9,5] a polomerom r' = 3,7 cm meridiánu.

2. Zobrazte nárys prieniku anuloidu so stredom S = [0; 0; 0], osou o kolmou na nárysňu, polomerom kružnice stredov meridiánov r = 4,5 cm a polomerom meridiánu ${}^1r$ = 2,5 cm a:
   a) guľovej plochy $G({}^2S, {}^2r)$, ${}^2S$ = [–6; 0; 5], ${}^2r$ = 4,5 cm,
   b) rotačnej valcovej plochy s osou ${}^2o = RQ$, R = [5,5; 0; 9], Q = [–3; 0; 0] a polomerom ${}^2r$ = 3 cm,
   c) rotačnej kužeľovej plochy s osou ${}^2o = VQ$, V = [–5,5; 0; 9], Q = [–3; 0; 0] a tvoriacou priamkou, ktorá prechádza bodom M = [–6,5; 0; 0].

3. Zobrazte pôdorys prieniku dvoch anuloidov s osami ${}^1o$, ${}^2o$ kolmými na pôdorysňu, stredmi ${}^1S$ = [4; 7; 0], ${}^2S$ = [–5; 6; 0], polomermi rovníkov ${}^1r$ = 9 cm, ${}^2r$ = 6 cm a polomermi hrdlových kružníc ${}^1s$ = 5 cm, ${}^2s$ = 2,5 cm.

4. Zobrazte nárys prieniku rotačného paraboloidu s vrcholom V = [0; 0; 7,5], osou ${}^1o = VQ$, Q = [0; 0; 0] a parametrom meridiánovej paraboly p = 2 cm a rotačného sploštěného elipsoidu s meridiánom s vedľajšími vrcholmi C = [–6; 0; 8], D = [–6; 0; 2] a hlavnou polosou a = 5 cm.

5. Prienik rotačného predĺženého elipsoidu s meridiánovou elipsou so stredom ${}^1S$ = [–2; 0; 5], hlavným vrcholom ${}^1A$ = [–2; 0; 10] a vedľajším vrcholom ${}^1D$ = [–5; 0; 5] a rotačného sploštěného elipsoidu, ktorého meridiánová elipsa má hlavný vrchol ${}^2A$ = [–2; 0; 3] a vedľajšie vrcholy ${}^2C$ = [5; 0; 0], ${}^2D$ = [5; 0; 6] zobrazte v Mongeovej projekcii.

6. Zobrazte združené priemety prieniku dvoch rotačných paraboloidov s osami kolmými na pôdorysňu, vrcholmi ${}^1V$ = [4; 7; 7,5], ${}^2V$ = [–3; 4; 10] a polomermi rovnobežkových kružníc v pôdorysni ${}^1r$ = 6 cm, ${}^2r$ = 7 cm.

7. Zostrojte nárys prieniku dvoch rotačných valcových plôch s rôznobežnými osami ${}^1o = {}^1QR$, ${}^1Q$ = [7; 0; 13], R = [0; 0; 7], ${}^2o = {}^2QR$, ${}^2Q$ = [–7,5; 0; 10], s polomermi ${}^1r$ = 3cm, ${}^2r$ = 2,5 cm.

8. Prienik rotačnej valcovej plochy s osou ${}^1o = QR$, Q = [–7; 0; 9], R = [0; 0; 7] a polomerom ${}^1r$ = 3 cm s rotačnou kužeľovou plochou s vrcholom V = [6; 0; 13], osou VR a uhlom tvoriacich priamok s osou $\varphi = 22{,}5°$ zobrazte v náryse.

9. Zostrojte pôdorys prieniku rotačného jednodielneho hyperboloidu s osou ${}^1o$ kolmou na nárysňu, stredom ${}^1S$ = [0; 6; 4] a rovnoosím meridiánom s polosami ${}^1a = {}^1b$ = 2,5 cm a sploštěného rotačného elipsoidu s osou ${}^2o$ kolmou na nárysňu, stredom ${}^2S$ = [–2; 5; 4] a polosami hlavného meridiánu ${}^2a$ = 5,5 cm, ${}^2b$ = 3,5 cm.

Skrutkovica

1. V Mongeovej projekcii zobrazte:
   a) jeden závit skrutkovice, ktorá je určená kladne orientovaným pohybom bodu $A = [3; 4{,}5; 3]$, osou o kolmou na pôdorysňu, ($o_1 = [0; 4{,}5; 0]$) a výškou závitu $v = 8$ cm; vyhľadajte priesečníky skrutkovice s rovinou $\sigma = (3; 3{,}5; \infty)$, s pôdorysňou a s rovinou ρ kolmou na os o, $|\rho\pi| = 5$ cm a v každom priesečníku zostrojte dotyčnicu danej skrutkovice,
   b) čiaru k, ktorá je najkratšou spojnicou bodov $A = [0; 2; 1]$ a $B = [-2{,}5; 6{,}5; 5]$, pričom leží na rotačnej valcovej ploche určenej danými bodmi a osou o kolmou na pôdorysňu, ($o_1 = [0;?;0]$); v bodoch A, B zostrojte sprievodný trojhran čiary k,
   c) skrutkovicu určenú dotyčnicou $t = PN$, $P = [1{,}2; 8; 0]$, $N = [-7; 0; 11]$, s osou o kolmou na pôdorysňu ($o_1 = [0; 3; 0]$) a kladnou orientáciou pohybu; nájdite bod T skrutkovice na danej dotyčnici, zobrazte stopy oskulačnej roviny krivky v tomto bode a nájdite uhol stúpania danej skrutkovice,
   d) polovicu závitu skrutkovice s osou o kolmou na pôdorysňu ($o_1 = [0; 3; 0]$), redukovanou výškou závitu $v_0 = 2{,}3$ cm a záporne orientovaným pohybom bodu L, ktorý leží v oskulačnej rovine $\omega = (-8; 9; 6)$,
   e) skrutkovicu s osou o kolmou na pôdorysňu ($o_1 = [0; 5; 0]$), ktorá je určená oskulačnou rovinou $\omega = (-10; ?; 5{,}5)$ a kladne orientovaným pohybom bodu $A = [-2; 2{,}5; ?]$ roviny ω; v bode A zostrojte binormálu danej skrutkovice,
   f) skrutkovicu určenú osou o kolmou na pôdorysňu ($o_1 = [0; 4; 0]$), záporne orientovaným pohybom bodu $A = [-3; 2; 3]$ a uhlom stúpania $\alpha = 30°$; nájdite stopy normálovej roviny skrutkovice v bode A,
   g) skrutkovicu určenú záporne orientovaným pohybom bodu $A = [-2{,}5; 6; 1]$, osou o kolmou na pôdorysňu ($o_1 = [0; 4; 0]$) a výškou závitu $v = 8$ cm; zobrazte tie body danej skrutkovice, v ktorých sú dotyčnice rovnobežné s rovinou $\beta = (2{,}5; -2; -1{,}5)$,
   h) skrutkovicu určenú kladnou orientáciou pohybu bodu $A = [-3{,}5; 4{,}5; 1{,}5]$, výškou závitu $v = 8$ cm a osou o kolmou na pôdorysňu ($o_1 = [0; 4{,}5; 0]$); zobrazte tie body skrutkovice, v ktorých sú oskulačné roviny rovnobežné s priamkou $a = RN$, $R = [0;-3; -0{,}5]$, $N = [6; 0; 1]$.
2. V izometrii zobrazte skrutkovicu určenú osou o, redukovanou výškou závitu v_0 a pohybom bodu $A = [0; 3{,}5; 0]$:
   a) kladne orientovaným pre $o = z$, $v_0 = 2{,}5$ cm,
   b) záporne orientovaným pre $o = x$, $v_0 = 1{,}5$ cm.

   V bode L, ktorý sa pri skrutkovaní otočí o uhol $\pi/2$, zobrazte sprievodný trojhran.
3. V kolmej axonometrii ($|XY| = 10$ cm, $|YZ| = 11$ cm, $|XZ| = 11$ cm) zobrazte jeden závit skrutkovice určenej osou $o = z$ a kladnou orientáciou pohybu bodu $L = [-4; 0; ?]$, ktorý leží v oskulačnej rovine $\omega = (\infty; 9{,}5; 7)$.
4. V izometrii zobrazte jeden závit skrutkovice a v bode L, ktorý sa pri skrutkovaní otočí o uhol $\pi/3$, zobrazte sprievodný trojhran. Skrutkovica je určená:
   a) kladne orientovaným pohybom bodu $A = [-3;-3; 0]$, osou $o = y$ a výškou závitu $v = 14$ cm,
   b) záporne orientovaným pohybom bodu $A = [3; 0;-3]$, osou $o = z$ a výškou závitu $v = 10$ cm.

Skrutkové plochy

1. V Mongeovej projekcii zobrazte dotykovú rovinu a normálu:
   a) v bode $T = [-2; 8; ?]$ ľavotočivej skrutkovej plochy, ktorá je určená riadiacou úsečkou AB, $A = [0; 8; 0]$, $B = [4; 5; 2{,}5]$, a výškou závitu $v = 11$ cm,
   b) v bode $L = [-3{,}5; 5; ?]$, $z^L > z^S$, pravotočivej skrutkovej plochy s redukovanou výškou závitu $v_0 = 1{,}5$ cm a riadiacou kružnicou $k(S, r)$, $S = [4; 4{,}5; 3]$, $r = 2$ cm ležiacou v rovine rovnobežnej s nárysňou,
   c) v bode $L = [-2; 9; ?]$, $y^L > y^S$, ľavotočivej skrutkovej plochy s redukovanou výškou závitu $v_0 = 1{,}5$ cm, určenej riadiacou kružnicou $k(S, r)$ v pôdorysni, $S = [5; 4; 0]$, $r = 3$ cm.

   Os o skrutkového pohybu je kolmá na pôdorysňu, $o_1 = [0; 6; 0]$.

2. V Mongeovej projekcii zobrazte meridiánový rez:
   a) pravotočivej skrutkovej plochy, ktorá je určená riadiacou úsečkou AB, $A = [5{,}5; 5; 0]$,
   b) $B = [-5{,}5; 5; 0]$, výškou závitu $v = 11$ cm a osou o skrutkového pohybu kolmou na pôdorysňu, $o_1 = [0; 6; 0]$, hlavnou meridiánovou rovinou,
   c) ľavotočivej skrutkovej plochy s riadiacou kružnicou $k(S, r)$ v pôdorysni, $S = [3{,}5; 6; 0]$, $r = 3{,}5$ cm, s osou o skrutkového pohybu kolmou na pôdorysňu, $o_1 = [0; 3; 0]$, a výškou závitu $v = 8$ cm, meridiánovou rovinou $\mu = (4; ?; ?)$.

3. V Mongeovej projekcii zobrazte normálový rez:
   a) v polovici výšky závitu $v = 10$ cm pravotočivej klinogonálnej uzavretej skrutkovej plochy určenej riadiacou úsečkou AB, $A = [3; 3{,}5; 0]$, $B = [0; 6; 3]$,
   b) pravotočivej skrutkovej plochy určenej meridiánovou polkružnicou $k(S, r)$ umiestnenou pod pôdorysňou, $S = [4; 6; 0]$, $r = 2$ cm, a výškou závitu $v = 8$ cm, rovinou $\rho = (?; ?; 4)$,
   c) ľavotočivej skrutkovej plochy, ktorej riadiaca lomená čiara $ABCD$ (strany štvorca) leží v rovine rovnobežnej s nárysňou, $A = [0; 6; 3]$, $C = [6; 6; 3]$, a výška závitu je $v = 9$ cm, normálovou rovinou vo výške $v' = 6$ cm.

   Os o skrutkového pohybu je kolmá na pôdorysňu, $o_1 = [0; 6; 0]$.

4. Zostrojte združené priemety hlavného meridiánu a normálového rezu vo výške závitu $v = 8$ cm pravotočivej aj ľavotočivej skrutkovej plochy, ktorá vznikne skrutkovým pohybom okolo osi o kolmej na pôdorysňu, $o_1 = [0; 6; 0]$, ak riadiaci útvar plochy je:
   a) úsečka AB, $A = [7; 6; 0]$, $B = [2; 3; 4]$,
   b) strany trojuholníka ABC, $A = [4; 7; 5]$, $B = [6; 10; 0]$, $C = [1; 8; 0]$.

5. V Mongeovej projekcii zobrazte jeden závit:
   a) ľavotočivej skrutkovej plochy dotyčníc skrutkovice bodu $A = [-3; 8{,}5; 0]$ s výškou závitu $v = 10$ cm,
   b) pravotočivej skrutkovej plochy bisekant s výškou závitu $v = 8$ cm, určenej úsečkou AB, $A = [4; 3; 0]$, $B = [?; ?; 4]$,

   ak os o skrutkového pohybu je kolmá na pôdorysňu, $o_1 = [0; 6; 0]$.

6. V izometrii zobrazte (os skrutkového pohybu je v súradnicovej osi z):
   a) dotykovú rovinu a normálu v bode $T = [2; -3; ?]$ ľavotočivej skrutkovej plochy určenej riadiacou úsečkou AB, $A = [0; 4; 0]$, $B = [0; 0; 0]$, a výškou závitu $v = 15$ cm,
   b) polovicu závitu pravotočivej skrutkovej plochy dotyčníc skrutkovice bodu $A = [5; 0; 0]$ určenej výškou závitu $v = 12$ cm.

Obalové plochy

1. Obalová plocha je určená transláciou riadiacej plochy Φ v smere $s = RQ$. V Mongeovej projekcii zostrojte charakteristiku a obrys obalovej plochy. Plocha Φ je:
   a) guľová plocha $G(S, r)$, $S = [0; 5; 4]$, $r = 3$ cm, $R = [6{,}5; 4; 6]$, $Q = [4; 2{,}5; 8{,}5]$,
   b) rotačná kužeľová plocha s vrcholom $V = [0; 7; 6]$ a riadiacou kružnicou $k(S, r)$ ležiacou v pôdorysni, $r = 3{,}5$ cm, $R = [5; 9; 5]$, $Q = [8; 5; 8]$.
2. Obalová plocha je určená transláciou riadiacej plochy Φ v smere $s = RQ$. V izometrii zostrojte charakteristiku a obrys obalovej plochy. Plocha Φ je:
   a) guľová plocha $G(S,r)$, $S = [0; 7; 7]$, $r = 3$ cm, $R = [0; 0; 0]$, $Q = [4; 0; 0]$,
   b) rotačná kužeľová plocha s vrcholom $V = [3{,}5; 5; 7{,}5]$ a riadiacou kružnicou $k(S, r)$ ležiacou v pôdorysni, $r = 4$ cm, $R = [0; 0; 0]$, $Q = [7; -1; 9]$.
3. Obalová plocha je určená rotáciou riadiacej plochy Φ okolo osi o kolmej na pôdorysňu. V Mongeovej projekcii zostrojte charakteristiku, hlavný meridián a obrys obalovej plochy. Plocha Φ je:
   a) rovina $\beta = (6; 8; 4{,}5)$, $o_1 = [0; 4; 0]$,
   b) guľová plocha $G(S, r)$, $S = [3{,}5; 4; 3{,}5]$, $r = 2{,}5$ cm, $o_1 = [0; 7; 0]$,
   c) rotačná kužeľová plocha s riadiacou kružnicou $k(S, r)$ ležiacou v rovine $\kappa = (6; \infty; \infty)$, $S = [?; 6; 4]$, $r = 4$ cm a výškou $v = 9$ cm, $o_1 = [0; 1; 0]$,
   d) časť šikmej valcovej plochy s riadiacou kružnicou $k(S, r)$ v pôdorysni a smerom tvoriacich priamok SS', $S = [4{,}5; 4; ?]$, $S' = [-4{,}5; 4; 8]$, $r = 2{,}6$ cm, $o_1 = [0; 1; 0]$.
4. Obalová plocha je určená rotáciou riadiacej plochy Φ okolo osi $o = z$. V izometrii zostrojte charakteristiku a obrys obalovej plochy. Plocha Φ je:
   a) rovina $\beta = (6; \infty; 8)$, b) rovina $\gamma = (6; 10; 8)$,
   c) guľová plocha $G(S, r)$, $S = [5; 0; 5]$, $r = 3$ cm.
5. Skrutková obalová plocha je určená skrutkovým pohybom riadiacej plochy Φ. Skrutkový pohyb je daný orientáciou, osou o kolmou na pôdorysňu a redukovanou výškou závitu v_0. V Mongeovej projekcii zostrojte charakteristiku a obrys obalovej plochy. Plocha Φ je:
   a) rovina $\beta = (8; 8; 4)$, $o_1 = [0; 3; 0]$, $v_0 = 2$ cm, kladná orientácia,
   b) guľová plocha $G(S, r)$, $S = [-4; 7{,}5; 6]$, $r = 3$ cm, $o_1 = [0; 5; 0]$, $v_0 = 2$ cm, záporná orientácia,
   c) rovnobežník $ABCD$, ktorý leží v rovine $\beta = (5{,}5; 10; \infty)$, $A = [4{,}5; ?; 2]$, $B = [2; ?; 0{,}5]$, $C = [1{,}5; ?; 4]$, $o_1 = [0; 3{,}5; 0]$, $v_0 = 1{,}5$ cm, kladná orientácia,
   d) trojuholník ABC, $A = [6; 2; 1{,}5]$, $B = [0; 7; 1{,}5]$, $C = [-1{,}5; 2; 6]$, $o_1 = [-3{,}5; 4{,}3; 0]$, $v_0 = 2$ cm, záporná orientácia.
6. V izometrii zostrojte charakteristiku skrutkovej obalovej plochy, ktorá je určená záporne orientovaným skrutkovým pohybom roviny $\beta = (12{,}5; 5; 4)$, osou $o = z$ a redukovanou výškou závitu $v_0 = 2{,}5$ cm.
7. V Mongeovej projekcii zobrazte jeden závit Archimedovej serpentíny, ktorú vytvorí guľová plocha $G(S, r)$, $S = [4; 5; 4]$, $r = 2{,}5$ cm, v kladnej orientácii skrutkového pohybu s osou o kolmou na pôdorysňu a výškou závitu $v = 8$ cm, $o_1 = [0; 5; 0]$. Zostrojte:
   a) hlavný meridián plochy,
   b) normálový rez pôdorysňou,
   c) normálový rez rovinou rovnobežnou s π, $|\rho\pi| = 8$ cm.

Interpolačné krivky

1. Napíšte vektorovú rovnicu $\mathbf{r}(u)$, $u \in [0,1]$, Fergusonovej kubiky, ktorá je daná začiatočným bodom A, koncovým bodom B a vektormi dotyčníc $\mathbf{a}$, $\mathbf{b}$ v týchto bodoch:

   a) $A = [\,5; 0; 3]$, $B = [\,0; 5; 3]$, $\mathbf{a} = (-5;-10; 10)$, $\mathbf{b} = (10; 5;-10)$, $u_0 = 1/3$
   b) $A = [\,7; 8; 6]$, $B = [-4; 5; 8]$, $\mathbf{a} = (\,6; -5; 9)$, $\mathbf{b} = (\,4; 9; 0)$, $u_0 = 1/2$
   c) $A = [\,5;-2; 5]$, $B = [\,2; 2; 6]$, $\mathbf{a} = (15; 1; 3)$, $\mathbf{b} = (-1;-8; 10)$, $u_0 = 2/3$
   d) $A = [-2; 3; 5]$, $B = [-2; 3; 5]$, $\mathbf{a} = (10;-10; 8)$, $\mathbf{b} = (\,4; 10; -6)$, $u_0 = 1/3$
   e) $A = [\,3; 1; 4]$, $B = [\,1; 0; 4]$, $\mathbf{a} = (10; -5; 5)$, $\mathbf{b} = (\,4; 10; -5)$, $u_0 = 1/2$
   f) $A = [\,7; 2; 4]$, $B = [\,2; 7; 4]$, $\mathbf{a} = (14; 12; 20)$, $\mathbf{b} = (\,4; 14; 20)$, $u_0 = 2/3$
   g) $A = [\,4; 2; 5]$, $B = [-2; 4; 6]$, $\mathbf{a} = (\,5; 8;-2)$, $\mathbf{b} = (\,5; 3; -5)$, $u_0 = 1/3$
   h) $A = [-1; 1; 1]$, $B = [\,5; 1; 4]$, $\mathbf{a} = (-2;-10; 10)$, $\mathbf{b} = (-1;-7; 5)$, $u_0 = 1/2.$
   i) $A = [\,0; 0; 2]$, $B = [\,0; 4; 0]$, $\mathbf{a} = (\,0; 0;-2)$, $\mathbf{b} = (\,0; 1; 0)$, $u_0 = 1$
   j) $A = [\,0; 0; 2]$, $B = [\,0; 4; 0]$, $\mathbf{a} = (\,0; 0;-2)$, $\mathbf{b} = (\,0; 1; 0)$, $u_0 = 0$
   k) $A = [\,0; 0; 0]$, $B = [\,4; 0; 0]$, $\mathbf{a} = (\,0; 0; 4)$, $\mathbf{b} = (\,4; 0; 0)$, $u_0 = 1/2$
   l) $A = [\,0; 0; 0]$, $B = [\,4; 0; 0]$, $\mathbf{a} = (\,0; 0; 4)$, $\mathbf{b} = (\,4; 0; 0)$, $u_0 = 1/3$

   V bode $P(u_0)$ vypočítajte jednotkové vektory dotyčnice, normály a binormály, 1. krivosť a 2. krivosť. Danú krivku spolu s určujúcimi prvkami a vektormi v danom bode zobrazte v izometrii vo vhodne zvolenej mierke.

2. Napíšte vektorovú rovnicu $\mathbf{r}(u)$, $u \in [0,1]$, Bezierovej kubiky, ktorá je daná vrcholmi riadiaceho polygómu:

   a) $P_0 = [\,5; 2; 3]$, $P_1 = [\,7;-3; 5]$, $P_2 = [-3; 4; 7]$, $P_3 = [\,3; 5; 5]$, $u_0 = 1/3$
   b) $P_0 = [\,1; 1; 8]$, $P_1 = [\,1; 4; 5]$, $P_2 = [\,7;-1; 3]$, $P_3 = [\,1;-1; 10]$, $u_0 = 1/3$
   c) $P_0 = [\,3; 3; 6]$, $P_1 = [\,9; 1; 8]$, $P_2 = [\,7; 8; 4]$, $P_3 = [\,2; 10; 13]$, $u_0 = 1/3$
   d) $P_0 = [\,5; 5; 4]$, $P_1 = [10; 0; 5]$, $P_2 = [-3; 3; 5]$, $P_3 = [-3; 3; 10]$, $u_0 = 1/3$
   e) $P_0 = [\,5;-2; 0]$, $P_1 = [\,4; 4; 4]$, $P_2 = [-3; 0; 7]$, $P_3 = [-2; 5; 1]$, $u_0 = 1/3$
   f) $P_0 = [\,3; 1; 3]$, $P_1 = [\,8; 3; 10]$, $P_2 = [\,3; 8; 12]$, $P_3 = [\,3; 1; 3]$, $u_0 = 1/3$
   g) $P_0 = [-6; 6; 5]$, $P_1 = [-3;-1; 4]$, $P_2 = [\,6; 2; 5]$, $P_3 = [-6; 6; 6]$, $u_0 = 1/3$
   h) $P_0 = [\,0;-7; 3]$, $P_1 = [\,4; 7; 7]$, $P_2 = [-3; 5; 9]$, $P_3 = [\,5;-1; 6]$, $u_0 = 1/3$
   i) $P_0 = [\,0;0; 0]$, $P_1 = [\,0; 4; 0]$, $P_2 = [\,2; 0; 0]$, $P_3 = [\,0; 0; 2]$, $u_0 = 0$
   j) $P_0 = [\,2; 0; 0]$, $P_1 = [\,0; 4; 0]$, $P_2 = [\,0; 0; 2]$, $P_3 = [\,0; 0; 0]$, $u_0 = 1$
   k) $P_0 = [\,0; 0; 1]$, $P_1 = [\,0; 0; 0]$, $P_2 = [\,0; 2; 0]$, $P_3 = [\,1; 0; 0]$, $u_0 = 1/2$
   l) $P_0 = [\,1; 0; 0]$, $P_1 = [\,0; 0; 2]$, $P_2 = [\,0; 1; 0]$, $P_3 = [\,0; 0; 0]$, $u_0 = 1/3$

   V bode $P(u_0)$ vypočítajte jednotkové vektory dotyčnice, normály a binormály, 1. krivosť a 2. krivosť. Danú krivku spolu s určujúcimi prvkami a vektormi v danom bode zobrazte v izometrii vo vhodne zvolenej mierke.

3. Napíšte vektorovú rovnicu $\mathbf{r}(u)$, $u \in [0,1]$), Coonsovej kubiky, ktorá je daná vrcholmi riadiaceho polygónu z predchádzajúceho príkladu.

   V bode $P(u_0)$ vypočítajte jednotkové vektory dotyčnice, normály a binormály, 1. krivosť a 2. krivosť. Danú krivku spolu s určujúcimi prvkami a vektormi v danom bode zobrazte v izometrii vo vhodne zvolenej mierke.

OBSAH

Úvod 3

1 Pracovné listy

Osová afinita a stredová kolineácia 5
Základné úlohy v Mongeovej projekcii a axonometrii 10
Zárezová metóda 28
Hranolové plochy 29
Ihlanové plochy 33
Valcové plochy 36
Kužeľové plochy 39
Prieniky jednoduchých plôch 43
Rozvinuteľné plochy 47
Rotačné plochy 51
Prieniky rotačných plôch 60

2 Úlohy

Mongeova projekcia 62
Kolmá axonometria 64
Zobrazenie telies 65
Guľová plocha 66
Hranolové plochy 67
Ihlanové plochy 68
Valcové plochy 69
Kužeľové plochy 70
Prieniky jednoduchých plôch 71
Rozvinuteľné plochy 72
Rotačné plochy 73
Prieniky rotačných plôch 74
Skrutkovica 75
Skrutkové plochy 76
Obalové plochy 77
Interpolačné krivky 78

RNDr. Dagmar Szarková, PhD. – doc. RNDr. Daniela Velichová, CSc.

KONŠTRUKČNÁ GEOMETRIA
Pracovné listy a úlohy

Vydala Slovenská technická univerzita v Bratislave vo Vydavateľstve SPEKTRUM STU,
Bratislava, Vazovova 5, v roku 2018.

Edícia skrípt

Rozsah 79 strán, 97 obrázkov, 8,942 AH, 9,092 VH, 2. vydanie,
edičné číslo 5971, tlač ForPress NITRIANSKE TLAČIARNE, s. r. o.

85 – 211 – 2018

ISBN 978-80-227-4781-3