Doporučené príklady TFI.

Kinematika

1. Častica sa pohybuje v rovine *xy* tak, že jej pravouhlé súradnice sa menia s časom *t* podľa vzťahov: $x = At^2$, $y = B - Ct^2$, kde *A*, *B*, *C* sú dané konštanty. Nájdite polohový vektor častice v čase *t*, jeho veľkosť a určte tvar dráhy, po ktorej sa častica pohybuje.

2. Častica sa pohybuje v rovine *xy* tak, že jej pravouhlé súradnice sa menia s časom *t* podľa rovníc $x = A\cos kt,\ \ y = B\sin kt$, kde *A*, *B*, *k* sú dané konštanty. Nájdite polohový vektor častice v čase *t*, jeho veľkosť a kosíny smerových uhlov, ktoré zviera s osami *x*, *y*. Určte tvar dráhy, po ktorej sa častica pohybuje.

3. Častica sa pohybuje tak, že jej pravouhlé súradnice sa menia s časom *t* podľa rovníc $x = R\cos\omega t,\ \ y = R\sin\omega t,\ \ z = bt$, kde *R*, *b*, ω sú dané konštanty. Nájdite polohový vektor častice v čase *t*, jeho veľkosť a kosíny smerových uhlov, ktoré vektor zviera s osami *x*, *y*, *z*. Určte tvar dráhy, po ktorej sa častica pohybuje.

4. Polohový vektor pohybujúceho sa hmotného bodu závisí od času podľa vzťahu $\vec{r} = \vec{i}\,\mathrm{A}\cos bt + \vec{j}\,A\sin bt$, kde $A = 6\,\mathrm{m},\ b = \dfrac{\pi}{4}\,\mathrm{s}^{-1}$. Vyjadrite jeho zložky, súradnice, veľkosť a smerové kosínusy v ľubovoľnom čase *t* a v čase *t* = 1 s.

5. Dve telesá vzdialené od seba na začiatku 100 m, sa pohybujú proti sebe: prvé rovnomerne, rýchlosťou $v_1 = 3\,\mathrm{m.s^{-1}}$, druhé rovnomerne zrýchlene so začiatočnou rýchlosťou $v_0 = 7\,\mathrm{m.s^{-1}}$ a zrýchlením $a = 4\,\mathrm{m.s^{-2}}$. Nájdite miesto a čas ich stretnutia. [*t* = 5 s, stretnú sa vo vzdialenosti 15 m od začiatočnej polohy prvého telesa]

6. Dve telesá sa pohybujú proti sebe so zrýchleniami $a_1 = 6\,\mathrm{m.s^{-2}}$, $a_2 = 4\,\mathrm{m.s^{-2}}$ a začiatočnými rýchlosťami $v_{01} = 10\,\mathrm{m.s^{-1}}$, $v_{02} = 15\,\mathrm{m.s^{-1}}$. Začiatočná vzdialenosť medzi obidvoma telesami *l* = 750 m. Nájdite čas, v ktorom sa obidve telesá stretnú. [*t* = 10 s]

7. Vlak, ktorý stál, sa rozbieha rovnomerne zrýchleným pohybom a za čas t_1 = 30s prejde dráhu s_1 = 90 m. Akú dráhu s_2 prejde za čas t_2 = 1min, aká je vtedy jeho okamžitá rýchlosť v_2 a aká je jeho priemerná rýchlosť v_p?
   $\left[s_2 = 360\,\mathrm{m},\ \mathrm{v}_2 = 12\,\mathrm{m.s^{-1}},\ v_p = 6\,\mathrm{m.s^{-1}}\right]$

8. Z určitej výšky sme súčasne tou istou začiatočnou rýchlosťou v_0 hodili dve telesá. Prvé zvisle nahor, druhé zvisle nadol. Ako závisí vzájomná vzdialenosť *d* týchto dvoch telies od času?
   $\left[d = 2v_0 t\right]$

9. Pohyb častice je v každom okamihu daný závislosťou jej polohového vektora na čase $\vec{r} = \left(A_1 t^2 + B_1\right)\vec{i} + \left(A_2 t^2 + B_2\right)\vec{j}$, kde A_1 = 0,2ms^{-2}, B_1 = 0,05m, A_2 = 0,15ms^{-2}, B_2 = -0,03m. Nájdite veľkosť, smer rýchlosti a zrýchlenia v čase t_1 = 2s. Smer určite pomocou uhla vzhľadom k osi x.
[$v = 1\text{m.s}^{-1}$; $a = 0{,}5\ \text{m.s}^{-2}$; $\cos\alpha = \cos(v,x) = \cos(a,x) = 0{,}8$; $\alpha = 36{,}8^0$]

10. Častica sa pohybuje tak, že jej polohový vektor sa mení v čase podľa funkcie $\vec{r} = 3t^2\vec{i} + 2t\vec{j} + 1\vec{k}$. Vzdialenosť je v metroch a čas t v sekundách. Vyjadrite a) vektory rýchlosti a zrýchlenia, b) veľkosť rýchlosti a zrýchlenia v čase t_1 = 10s, c) rovnicu dráhy pohybu.
[$\vec{v} = \left(6t\vec{i} + 2\vec{j}\right)\text{m.s}^{-1}$; $\vec{a} = 6\vec{i}\ \text{m.s}^{-2}$; $v = 60{,}03\text{m.s}^{-1}$; $x = \dfrac{3y^2}{4}$]

11. Pohyb bodu je určený rovnicami $x = A_1 t^2 + B_1$, $y = A_2 t^2 + B_2$, kde A_1 = 0,2ms^{-2}, B_1 = 0,05m, A_2 = 0,15ms^{-2}, B_2 = -0,03m. Nájdite: a) vektory rýchlosti a zrýchlenia, b) smery a veľkosti rýchlosti a zrýchlenia v čase t_1 = 2s. Smer určite pomocou uhla vzhľadom k osi x.
[$\vec{v} = 2A_1 t\vec{i} + 2A_2 t\vec{j}, \vec{a} = 2A_1\vec{i} + 2A_2\vec{j}, v = 1\,\text{m.s}^{-1}, a = 0{,}5\,\text{m.s}^{-2}, \alpha = \arccos\left(v_x/v\right) = 36{,}8^0$]

12. Aká je obvodová a uhlová rýchlosť kolesa automobilu, ktorý sa pohybuje rýchlosťou v = 72km.h^{-1} a koľko otáčok vykonajú kolesá za sekundu, ak ich priemer je D = 0,6m?
$\left[v = 20\ \text{m.s}^{-1},\ \omega = 66{,}7\ \text{s}^{-1},\ f = 10{,}6\ \text{s}^{-1}\right]$

13. Koleso sa začína z pokojového stavu roztáčať rovnomerne zrýchlene tak, že za čas t_1 = 5s vykoná n_1 = 12 otáčok. Aká je hodnota jeho uhlovej rýchlosti v čase t_2 = 5s?
[ω =10π s^{-1}]

14. Koleso sa začalo otáčať z pokojového stavu so stálym uhlovým zrýchlením α. Koľkokrát sa otočilo za čas t_1 od začiatku pohybu? /Vypočítajte pre hodnoty α = 2s^{-2}, t_1= 15 s.
$\left[n = 35{,}8\right]$

15. Koleso sa otáča s frekvenciou f = 25 s^{-1}. Brzdením možno dosiahnuť, že jeho otáčanie bude rovnomerne spomalené a koleso sa zastaví po čase t_0 =30 s od začiatku brzdenia. Vypočítajte uhlové zrýchlenie α a počet otáčok, ktoré koleso vykoná od začiatku brzdenia až do zastavenia.
$$\left[\alpha = -\frac{\omega_0}{t_0} = -5{,}24\ \text{s}^{-2},\ n = \frac{\varphi_0}{2\pi}\right]$$

16. Veľkosť rýchlosti vlaku po odchode zo stanice rovnomerne narastala a po čase t_1 = 3min dosiahla hodnotu v_1 = 20 m.s^{-1}. Trať je zakrivená a polomer zakrivenia sa rovná R = 800 m. Určte veľkosť tangenciálneho, normálového a celkového zrýchlenia v čase t_2 = 2 min od odchodu zo stanice.
[$a_t = v_1/t_1 = 0{,}1111\text{m.s}^{-2}$, $a_n = \dfrac{v_1^2 t_2^2}{t_1^2 R} = 0.2222\,\text{m.s}^{-2}$, $a = 02485\,\text{m.s}^{-2}$]

17. Častica sa začala pohybovať po kružnici s konštantným uhlovým zrýchlením α. V ktorom čase od začiatku pohybu bude vektor zrýchlenia častice zvierať s vektorom jej rýchlosti uhol γ? (Vypočítajte pre hodnoty α = 0,04s^{-2}, γ = 45°)

$\left[t = \sqrt{\dfrac{\mathrm{tg}\gamma}{\alpha}} \right]$

18. Koleso polomeru R = 0,1 m sa otáča tak, že závislosť uhla pootočenia od času vyjadruje rovnica $\varphi = A + Bt + Ct^3$, kde B = 2 s^{-1}, C = 1 s^{-3}. Pre body, ktoré ležia na obvode kolesa nájdite v čase t_1 = 2 s obvodovú rýchlosť, uhlové zrýchlenie, tangenciálne a normálové zrýchlenie.

[ω = 14 s^{-1}, v = 1,4 m.s^{-1}, α = 12 s^{-2}, a_t = 1,2 m.s^{-2}, a_n = 19,6 m.s^{-2}]

19. Hmotný bod koná priamočiary pohyb tak, že jeho zrýchlenie s časom rovnomerne rastie a za čas t_1 = 10s pohybu narastie z nulovej hodnoty na a_1 = 5ms^{-2}. Aká je rýchlosť pohybu hmotného bodu v čase t_2 = 20s a akú dráhu hmotný bod za tento čas vykonal, keď v čase $t = 0$ bol v pokoji?

[$v_2 = 100\,\mathrm{m.s^{-1}}$; $s_2 = 666{,}6\,\mathrm{m}$]

20. Zrýchlenie pri priamočiarom pohybe častice rovnomerne klesá zo začiatočnej hodnoty a_0 v čase t = 0 na nulovú hodnotu behom času t_1. Aká je rýchlosť v_1 častice v čase t_1 a akú dráhu s_1 za tento čas prešla, keď na začiatku bola v pokoji? (Vypočítajte pre hodnoty $a_0 = 10\,\mathrm{m.s^{-2}}$, $t_1 = 20\,\mathrm{s}$).

$\left[v_1 = 100\,\mathrm{m.s^{-1}},\ s_1 = 1333{,}3\,\mathrm{m} \right]$

21. Vlak sa rozbieha z pokoja po priamej trati so zrýchlením, ktoré s časom rovnomerne rastie od nulovej hodnoty tak, že v čase t_1 má hodnotu a_1. Vypočítajte rýchlosť vlaku v_1 v čase t_1 a dĺžku dráhy s_1, ktorú za ten čas prešiel. (Vypočítajte pre hodnoty $a_1 = 0{,}5\,\mathrm{m.s^{-2}}$, $t_1 = 100\,\mathrm{s}$).

$\left[v_1 = 25\,\mathrm{m.s^{-1}},\ s_1 = 833{,}3\,\mathrm{m} \right]$

22. Častica sa pohybuje po kružnici s uhlovým spomalením, ktoré s časom t rovnomerne rastie podľa vzťahu $\alpha = kt$, kde k je záporné číslo. Začiatočná uhlová rýchlosť bola ω_0. O aký uhol φ_1 sa pootočí sprievodič častice za čas t_1? (Vypočítajte pre hodnoty $k = -6\,\mathrm{rad.s^{-3}}$, $\omega_0 = 30\,\mathrm{rad.s^{-1}}$, $t_1 = 3\,\mathrm{s}$).

$\left[\varphi = \omega_0\, t_1 + \dfrac{k}{6} t_1^3 = 63\,\mathrm{rad} \right]$