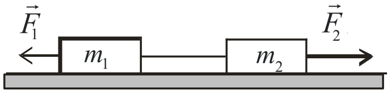
Doporučené príklady TFI.

Dynamika

1. Po ideálne hladkej rovine sa pohybujú dve telesá hmotnosti m_1 a m_2. Spojené sú lankom zanedbateľnej hmotnosti. Na telesá pôsobia sily $\vec{F}_1, \vec{F}_2$ podľa obr.1, pričom $\vec{F}_2 > \vec{F}_1$. Nájdite silu, ktorá napína niť a zrýchlenie sústavy.

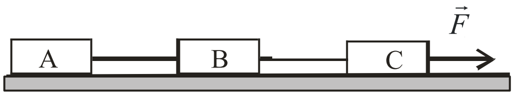
[$a = \dfrac{F_2 - F_1}{m_1 + m_2}, \quad T = \dfrac{m_1 F_2 + m_2 F_1}{m_1 + m}$]



Obr.1

2. Telesá na obr.2 majú hmotnosti m_A= 10kg , m_B= 15kg , m_C= 20kg . Sila F =50 N pôsobí na teleso C. Určite zrýchlenie sústavy a silu pôsobiacu v každom spoji. Hmotnosť spojov je zanedbateľná, trenie neuvažujeme.

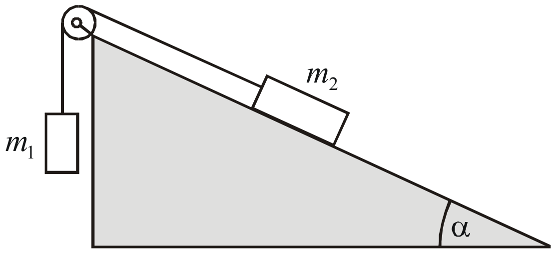
[$a = \dfrac{F}{m_A + m_B + m_C} = 1{,}11\mathrm{ms}^{-2}, F_{AB} = m_A.a = 11{,}11\mathrm{N}, F_{BC} = (m_A + m_B).a = 27{,}78\mathrm{N}$]



Obr.2

3. Telesá m_1 a m_2 sú spojené lankom prechádzajúcim cez kladku podľa obr. Faktor trenia medzi telesom m_2 a naklonenou rovinou zvierajúcou s horizontálou uhol α je μ . Odvoďte vzťah pre zrýchlenie telies a vyjadrite silu T, ktorá napína lanko.. Hmotnosť kladky a lanka je zanedbateľná a kladka nemá žiadne trenie.

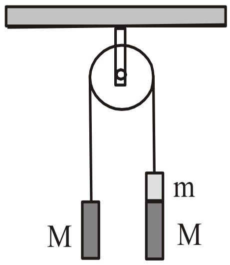
[$a = \dfrac{m_2 g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha) - m_1 g}{m_1 + m_2}, \quad T = \dfrac{m_1 m_2 g(\sin\alpha - \mu\cos\alpha + 1)}{m_1 + m_2}$]



4. Telesá A a B s rovnakými hmotnosťami m = 2kg sú spojené niťou preloženou cez voľne sa otáčajúcu kladku podľa . Hmotnosti nite a kladky sú zanedbateľné. Naklonená rovina zviera s horizontálou uhol $\alpha = 30^{\circ}$. Určite zrýchlenie telies a silu, ktorou je napínaná niť, ak a) medzi telesom a naklonenou rovinou nie je trenie, b) medzi telesom B a naklonenou rovinou je trenie s faktorom trenia μ=0,1.

$$\left[\begin{array}{l} \text{a) } a = \dfrac{g\left(1-\sin\alpha\right)}{2} = 2{,}45\,\mathrm{m\cdot s^{-2}},\ T = m\left(g-a\right) = 14{,}72\mathrm{N} \\ \text{b) } a = \dfrac{g\left(1-\sin\alpha-\mu\cos\alpha\right)}{2} = 2{,}03\,\mathrm{m\cdot s^{-2}},\ T = m\left(g-a\right) = 15{,}56\mathrm{N} \end{array}\right]$$

5. Na koncoch nite prevesenej cez kladku, ktorých hmotnosti zanedbávame, visia rovnaké závažia hmotnosti *M,*obr.4. K jednému závažiu pridáme prívažok hmotnosti m. Akú dráhu prejde závažie za čas t po uvoľnení kladky, keď trenie a odpor vzduchu neuvažujeme? $\left[s = \dfrac{1}{2}\cdot\dfrac{m}{2M+m}gt^2 \right]$



Obr.4

6. Závažie o hmotnosti m zavesené na niti dĺžky l kýva s maximálnou uhlovou výchylkou α. Aká sila F_1napína niť v krajných polohách a aká sila F_2 pri prechode najnižšou polohou? Pri akom uhle α je sila F_2 napínajúca niť v najnižšej polohe závažia dvojnásobkom jeho tiaže?
$\left[F_1 = mg\cos\alpha,\quad F_2 = mg(3-2\cos\alpha),\quad \alpha = 60^{\circ}\right]$

7. Aký impulz udelí stena pružnej guli hmotnosti m = 0,2 kg, ktorá na ňu narazí v smere zvierajúcom s normálou uhol α=60°, rýchlosťou v_0 = 20ms^{-1} ?
$\left[I = 2mv_0\cos\alpha = 4\,\mathrm{N}\cdot s\right]$

8. Molekula hmotnosti m = 4,65.10^{-26} kg narazí kolmo na stenu nádoby rýchlosťou v = 600 m.s^{-1}. Náraz je dokonale pružný a molekula sa odrazí bez straty rýchlosti. Vypočítajte veľkosť impulzu sily pri tomto náraze.
[$I = 2\,mv = 5{,}58.10^{-23}\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$]

9. Lopta hmotnosti m = 0,4 kg padne kolmo na podložku z výšky h_1 = 1m a odrazí sa po nepružnom náraze do výšky h_2 = 0,8m. Vypočítajte veľkosť impulzu sily pôsobiacej pri tomto náraze.
[$I = m\left(\sqrt{2gh_0}+\sqrt{2gh_1}\right) = 3{,}36\,\mathrm{kg\cdot m\cdot s^{-1}}$]

10. Na teleso hmotnosti m = 0,2 kg ležiace na vodorovnej podložke pôsobí vo vodorovnom smere sila, ktorej časová závislosť je $F(t)=A+Bt$, kde A=0,2N a B=0,4Ns^{-1}. Aký je impulz sily za čas $t_1 = 5\,\mathrm{s}$?

[$I = At_1 + B\dfrac{t_1^2}{2} = 6\,\mathrm{N\cdot s}$]

11. Na hmotný bod hmotnosti m = 0,2 kg pôsobia sily $\vec{F}_1 = 2\vec{i}$ N a $\vec{F}_2 = 2\vec{j}$ N. Hmotný bod sa v čase t = 0 nachádza v počiatku súradného systému a jeho rýchlosť je nulová. Určte polohu telesa v čase t_1 = 2 s. $\left[\vec{r} = \frac{1}{2}\frac{\vec{F}_1 + \vec{F}_2}{m} t_1^{\,2} = \left(20\vec{i} + 20\vec{j}\right)\mathrm{m}\right]$

12. Hmotný bod hmotnosti m = 5 kg sa pohybuje účinkom sily F tak, že jeho dráha je vyjadrená funkciou $x(t) = A + Bt + Ct^2 + Dt^3$, kde $C = 1\,\mathrm{m\cdot s^{-2}}, D = -0{,}2\,\mathrm{m\cdot s^{-3}}$ a t je čas. Vypočítajte veľkosť sily pôsobiacej na hmotný bod v čase t_1 = 2 s a určte čas t_0, kedy bude sila F rovná nule.

$$\left[F = m\left(2C + 6Dt_1\right) = -2\,\mathrm{N},\ t_0 = \frac{-2C}{6D} = 1{,}67\,\mathrm{s}\right]$$

13. Na teleso hmotnosti m pôsobí v smere osi x sila $F(t) = F_0 - kt$, kde F_0 a k sú konštanty. Vyjadrite zrýchlenie $a(t)$, rýchlosť $v(t)$ a polohu $x(t)$ ako funkcie času, ak v čase t = 0 mala častica rýchlosť v_0 a nachádzala sa v polohe $x = x_0$.

$$\left[a(t) = \frac{F_0}{m} - \frac{k}{m}t,\quad v(t) = v_0 + \frac{F_0}{m}t - \frac{k}{m}\frac{t^2}{2},\quad x(t) = x_0 + v_0 t + \frac{F_0}{m}\frac{t^2}{2} - \frac{k}{m}\frac{t^3}{6}\right]$$

14. Vypočítajte potenciálnu energiu stlačenej pružiny, keď sme ju stlačili o dĺžku x_2 = 0,1 m a keď sme zistili, že na jej stlačenie o x_1 = 0,01 m je treba silu $F_1 = 2.10^3$ N!

$$\left[W_p = 10^3\ \mathrm{J}\right]$$

15. Oceľová špirála dĺžky l_o = 0,8m sa predĺži silou F_1 = 20N o hodnotu x_1 = 5cm. Aká práca sa vykoná, keď sa špirála predĺži o celú svoju pôvodnú dĺžku? (Za predpokladu, dokonalej pružnosti a keď je sila úmerná predĺženiu špirály.)

$$\left[A = \frac{F_1 l_0^2}{2x_1} = 128\ \mathrm{J}\right]$$

16. Akú prácu treba vykonať pri stlačení nárazníkovej pružiny vagóna o $x_0 = 5\,\mathrm{cm}$, keď na jej stlačenie o $x_1 = 1\,\mathrm{cm}$ treba silu 30 000 N a keď platí, že sila je priamoúmerná skráteniu špirály.

$$\left[A = \frac{1}{2}\frac{F_1}{x_1}x_0^2 = 3750\ \mathrm{J}\right]$$

17. Strela letiaca rýchlosťou v_o = 400 ms^{-1} vnikne do dreva do hĺbky h_o = 0,3 m. Akou rýchlosťou by vyletela takáto strela po prerazení dosky z rovnakého dreva hrúbky h = 0,15m $\left[v = v_0\sqrt{\frac{h_0 - h}{h_0}} = 283\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}\right]$

18. Na niti o dĺžke l = 1m je zavesená guľka o hmotnosti m = 0,3 kg. Akú najmenšiu rýchlosť v_o vo vodorovnom smere jej treba udeliť, aby sa vychýlila až do najvyššej polohy a niť bola stále napnutá?

$$\left[v_0 = \sqrt{5gl} = 7\,\mathrm{m\cdot s^{-1}}\right]$$

19. Vypočítajte výkon motora auta, ktorého hmotnosť je m = 5.10^{+3}kg, keď sa auto pohybuje stálou rýchlosťou v=30kmh^{-1} po vozovke s päťpercentným stúpaním! Odpor proti pohybu zanedbajte!

$\left[P = mgv\sin\alpha = 20,4 \text{ kW}\right]$

20. Zariadenie na zatĺkanie pilót dvíha baranidlo hmotnosti m=200 kg do výšky h=0,75 m 84 razy za minútu. Aký priemerný výkon P_o musí mať motor poháňajúci zariadenie, keď toto pracuje s účinnosťou η =70%.

$\left[P_0 = 2{,}94 \text{ kW}\right]$

21. Guľka o hmotnosti m visí na niti dĺžky l. Udelíme jej rýchlosť v vo vodorovnom smere. O aký uhol α sa vychýli niť zo zvislej polohy a do akej výšky h vystúpi guľka nad svoju rovnovážnu polohu?

$$\left[h = \frac{v^2}{2g}\right]$$

22. Teleso o hmotnosti m kĺže dolu po naklonenej rovine s uhlom sklonu α. Keď sa posunulo po dráhe s, jeho rýchlosť sa zväčšila zo začiatočnej hodnoty v_o na hodnotu v_1. Vypočítajte faktor trenia μ.

$$\left[\mu = tg\alpha - \frac{v_1^2 - v_0^2}{2sg\cos\alpha}\right]$$